

**ESCOLA SECUNDÁRIA JAIME MONIZ**  
**Teste de MACS**

**Turma 11º 62**

**Maió 2008**

Para todas as questões apresente os cálculos e as justificações necessárias.  
Sempre que precise de efectuar arredondamentos, arredonde às milésimas.

**Formulário:**

Modelo de Poisson:  $P(X = k) = e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^k}{k!}$       $E(X) = \lambda$

1) Uma praga de gafanhotos atingiu a quinta do tio Bonifácio. O número de gafanhotos cresce segundo o modelo

$$g = \frac{100}{1 + e^{-0.03t}}$$

em que  $t$  representa o tempo (em dias) e  $g$  é o número de gafanhotos ( em centenas).

1.1) Quantos gafanhotos havia no início da contagem?

1.2)

1.2) Passados 10 dias, qual era o número de gafanhotos?

2) O oxigénio consumido por um animal, em função do seu peso, é dado pelo seguinte modelo:

$$\log x = \log 10 + 0.7 \times \log p \quad (\text{base } 10)$$

onde  $x$  representa o volume de oxigénio( em microlitros) consumido por hora e  $p$  representa o peso do animal(em grammas).

2.1) Determine o peso de um animal que consome 100 microlitros de oxigénio por hora.

2.2) Determine o volume de oxigénio consumido por um animal que pese 300 g.

3) O número de automóveis que chegam a uma bomba de gasolina nu período de 10 minutos pode ser representado por um modelo de Poisson com parâmetro  $\lambda=4$ .

Calcule a probabilidade de:

3.1) Em 10 minutos chegarem 6 automóveis.

3.2) Em 20 minutos não chegar nenhum automóvel

4) A altura de cada um dos 280 alunos do 11º ano de uma escola é uma variável aleatória, que pode ser representada por um modelo normal com valor médio igual a 163 cm e desvio padrão igual a 12 cm.

4.1) Calcule a probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso ter uma altura superior a 163 cm.

4.2) Quantos alunos têm altura entre 155 e 168 centímetros?

4.3) Determine o número de alunos que têm altura inferior a 1.5 metros.

5) numa fábrica de testéis, sabe-se que o número médio de pequenos defeitos por cada 100 metros de tecido para atoalhados é de 15.3 sendo o desvio padrão igual a 7.02 defeitos por 100 metros.

5.1) Determine a média e o desvio-padrão da distribuição de amostragem da média para o caso de amostras de dimensão igual a 60, isto é, para 6 mil metros de tecido.

5.2) Calcule a probabilidade da média da distribuição de amostragem da média estar entre os valores 13 e 15.

5.3) Calcule a probabilidade de a diferença entre a média da distribuição de amostragem e o valor médio não ser superior a 0.5.

6) Numa fábrica, duas máquinas A e B produzem o mesmo tipo de artigo, que poderá apresentar 0, 1, 2 ou 3 defeitos. Num lote de 1000 artigos produzidos por cada uma das máquinas, verificou-se que o número de defeitos por artigo, se distribuía para cada uma das máquinas, de acordo com a seguinte tabela:

	Número de defeitos por artigo			
	0	1	2	3
Máquina A	250	125	375	250
Máquina B	125	125	250	500

6.1) A partir da tabela anterior, obtenha modelos de probabilidade para o número de defeitos nos artigos produzidos, respectivamente, pela máquina A e máquina B.

6.2) Em média, qual das máquinas produz artigos com mais defeitos? Justifique adequadamente a sua resposta.

6.3) Inadvertidamente misturou-se a produção das duas máquinas. Retirou-se um artigo, ao acaso, desta produção e verificou-se que tinha 3 defeitos. Qual a probabilidade,  $p_1$ , deste ter sido produzido pela máquina B?

6.4) Calcule a probabilidade,  $p_2$ , de um artigo escolhido ao acaso da produção referida na alínea anterior, ter sido produzido pela máquina B. Faça uma pequena composição onde compare e comente os valores obtidos para  $p_1$  e  $p_2$ .