

Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova Global de Avaliação

PROVA NÚMERO 2

Observação: a prova seguinte é da total responsabilidade dos autores do programa e o GAVE não é modo nenhum responsável por ela.

Duração aconselhada: 2h 30m

Material necessário: Formulário do GAVE, calculadora gráfica.

Esta prova é constituída por 4 questões relativas aos seguintes temas:

- 1- Métodos de Apoio à Decisão
- 2- Modelos Matemáticos
- 3- Estatística
- 4- Probabilidade

PROVA 2
Métodos de Apoio à Decisão

Nas eleições autárquicas de 2005 foram obtidos os seguintes resultados eleitorais para a Câmara Municipal de Sintra:

Partidos	Votos	Vereadores
PPD/PSD+...	59307	6
PS	42195	4
PCP-PEV	16858	1
BE	8909	0
PCTP-MRPP	1405	0
PH	707	0

O método utilizado para determinar o números de vereadores para a nova Câmara Municipal foi o de D'Hondt, de acordo com a lei portuguesa.

Nalguns países aplica-se o método de Sainte-Lague que apenas difere do método de Hondt pelo facto de se usarem 1,3,5,7,9,11,... como divisores em vez de 1,2,3,4,5,6.

- a) Aplique o método de Sainte-Lague aos resultados eleitorais.**
b) O resultado em termos de vereadores foi o mesmo? Comente.

Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova Global de Avaliação

Prova Número 2

O Departamento de Ciências Exactas e Experimentais da Escola José Estêvão de Aveiro pretende oferecer a leccionação de módulos práticos a um grupo de estudantes voluntários. A cada módulo corresponde uma certa carga horária global a ser completamente realizada num período lectivo. Os módulos do "Curso Prático sobre Resíduos não Perigosos" são os seguintes:

M ■ A Matemática da recolha de resíduos.

I ■ A informação e a informatização.

C ■ Ferramentas Computacionais.

Q ■ A Química no tratamento de efluentes domésticos.

B ■ A Biologia da ETAR.

E ■ Estatística e Probabilidades.

P ■ Projecto - ETAR, Aterro Sanitário, ...

Inscreeveram-se 12 voluntários que puderam escolher os módulos que consideraram mais interessantes. As inscrições assinaladas por X foram:

Nº	Aluno Inscrito	Módulos						
		M	I	C	Q	B	E	P
1	Assunto Filinto	X		X				X
2	Blandina Chipriana	X		X				
3	Carlinhos Viola				X	X		
4	Diurno Noitibó	X					X	X
5	Ermo Deserto	X	X				X	
6	Fonte da Luz			X	X			
7	Gimnospera Limitada		X	X				
8	Gualdino Pais e Filhos					X		X
9	Quemdera Passos		X		X			
10	Ricardo Coração de Leão	X	X					
11	Robim dos Bosques	X						X
12	Zero Vírgula					X		X

Como se disse, cada módulo é dado num período. Petende-se determinar o menor número de períodos necessários para que os sete módulos possam ser oferecidos a todos quantos neles se inscreveram.

Depois de realizar o seu estudo, elabore um pequeno relatório (ou composição) cuja conclusão seja a resposta à questão levantada. Do relatório deve constar uma explicação do modelo matemático elaborado, bem como cálculos e raciocínios que apoiem as suas conclusões.

Prova 2
Estatística

Decidiu-se fazer um estudo para comparar os carros americanos, europeus e japoneses, relativamente a algumas características, nomeadamente o consumo e o tempo (em segundos) para atingirem determinada aceleração. Assim, no que diz respeito ao consumo (nº litros/100 kms) recolheu-se informação sobre vários tipos de carro, originários dos EUA, Europa e Japão, cuja informação resumida, se apresenta a seguir:

Classe	EUA		Europa		Japão	
	Freq. Abs.	Freq. Rel.	Freq. Abs.	Freq. Rel.	Freq. Abs.	Freq. Rel.
[5,05-6,05[1	0,004	5	0,074	5	0,063
[6,05-7,05[13	0,053	6	0,088	19	0,241
[7,05-8,05[10	0,041	11	0,162	25	0,316
[8,05-9,05[22	0,090	11	0,162	8	0,101
[9,05-10,05[20	0,082	18	0,265	12	0,152
[10,05-11,05[16	0,066	7	0,103	4	0,051
[11,05-12,05[23	0,094	4	0,059	3	0,038
[12,05-13,05[21	0,086	2	0,029	2	0,025
[13,05-14,05[30	0,123	2	0,029	1	0,013
[14,05-15,05[15	0,061	2	0,029		
[15,05-16,05[21	0,086				
[16,05-17,05[20	0,082				
[17,05-18,05[20	0,082				
[18,05-19,05[6	0,025				
[19,05-20,05[4	0,016				
[20,05-21,05[2	0,008				
Total	244	1	68	1	79	1

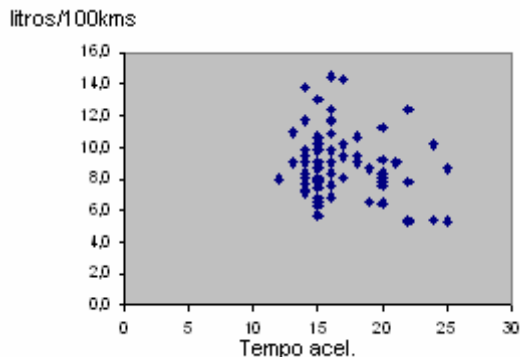
1. A partir da tabela anterior, preenchamos a tabela seguinte calculando valores aproximados para as características amostrais pretendidas, respeitantes à variável consumo:

	Média	Mediana	1º quartil	3º quartil	Mínimo	Máximo
EUA	12,90	12,86	9,81	15,63	6,0	23,5
Europa	9,08	9,10	7,59	10,05	5,3	14,5
Japão	8,09	7,67	6,83	9,24	5,1	13,1

Apresente os cálculos que permitiram obter as características amostrais **média, mediana, 1º e 3º quartis**, relativamente ao consumo dos **carros japoneses**.

2. Utilizando diagramas de extremos e quartis paralelos, compare os carros das diferentes origens, no que diz respeito ao consumo. Faça uma pequena composição realçando as diferenças mais significativas, resultantes da comparação.

3. Com o objectivo de verificar se haveria evidência de associação (linear) entre o consumo (litros/100kms) e o tempo de aceleração para ir dos 0 aos 100 kms (Tempo acel.), recolheu-se informação sobre estas variáveis, para os carros europeus, tendo-se construído o seguinte diagrama de dispersão:



- Que tipo de associação (linear) espera existir entre as duas variáveis: fraca, moderada ou forte?
- Se lhe pedissem para calcular o coeficiente de correlação linear entre as variáveis, esperaria obter um valor perto de 0, de 1 ou -1? Explique porquê.

Probabilidade

Na tabela seguinte apresenta-se a distribuição da população residente em Portugal, segundo o censo de 2001:

	Total	De 0 a 4 anos	De 5 a 9 anos	De 10 a 14 anos	De 15 a 19 anos	De 20 a 24 anos	De 25 a 29 anos	De 30 a 34 anos	De 35 a 39 anos	De 40 a 44 anos
hm	10356117	539491	537521	579590	688686	790901	814661	761457	770781	728518
h	5000141	275969	275199	296385	351422	400087	409243	379363	378783	357528
m	5355976	263522	262322	283205	337264	390814	405418	382094	391998	370990

De 45 a 49 anos	De 50 a 54 anos	De 55 a 59 anos	De 60 a 64 anos	De 65 a 69 anos	De 70 a 74 anos	De 75 a 79 anos	De 80 a 84 anos	De 85 ou mais anos
686134	642516	571452	550916	538165	453962	348066	201706	151594
333382	309484	268899	256179	244230	196615	143439	76014	47920
352752	333032	302553	294737	293935	257347	204627	125692	103674

Fonte – www.ine.pt

Notação – Na tabela anterior representa-se por h o sexo masculino, por m o sexo feminino e por hm o total dos indivíduos, quer sejam do sexo masculino ou feminino.

- Teoricamente, considera-se que a probabilidade de nascer rapaz é igual à de nascer rapariga, ou seja 50%. Será que a tabela anterior sustenta essa hipótese? Justifique adequadamente a resposta.
- Qual a probabilidade de escolhendo um indivíduo ao acaso na população, ele ter idade para ser reformado (admita que um indivíduo com 65 ou mais anos, pode ser reformado).
- Suponha que a cada indivíduo da população foi atribuído um número de 1 a 10 356 117. Escolhendo um número inteiro, ao acaso, no intervalo $[1, 10\ 356\ 117]$, verificou-se que pertencia a um indivíduo com idade para ser reformado. Qual a probabilidade de esse número pertencer a uma mulher?
- Costuma-se falar no “sexo forte”, como sendo o sexo masculino. Tendo em conta a tabela anterior, faça uma pequena composição comentando essa afirmação.

Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova Global de Avaliação nº 2

1 Respostas

1.1 Questão 1

- a) Aplicando o método de Sainte-Lague a distribuição de vereadores pelos partidos será 5-4-1-1.
- b) Os vereadores do primeiro e do terceiro partido mudam ficando mais próximos, percentualmente da percentagem de votos obtidos; por exemplo, para o primeiro partido, com o método de Hondt obtém 46 por cento dos votos mas 54 por cento dos mandatos; com o método de Sainte-Lague já obtém 45 por centos dos deputados. Este método permite atribuir mandatos de forma mais proporcional do que com o método de Hond.

1.2 Questão 2

Por favor ver resolução de Eduardo Cunha em

www.educunha.net/macs/

Prova nº 2 – Estatística

1. Para o cálculo das estatísticas pedidas acrescentámos à tabela os pontos médios das classes e as frequências relativas acumuladas:

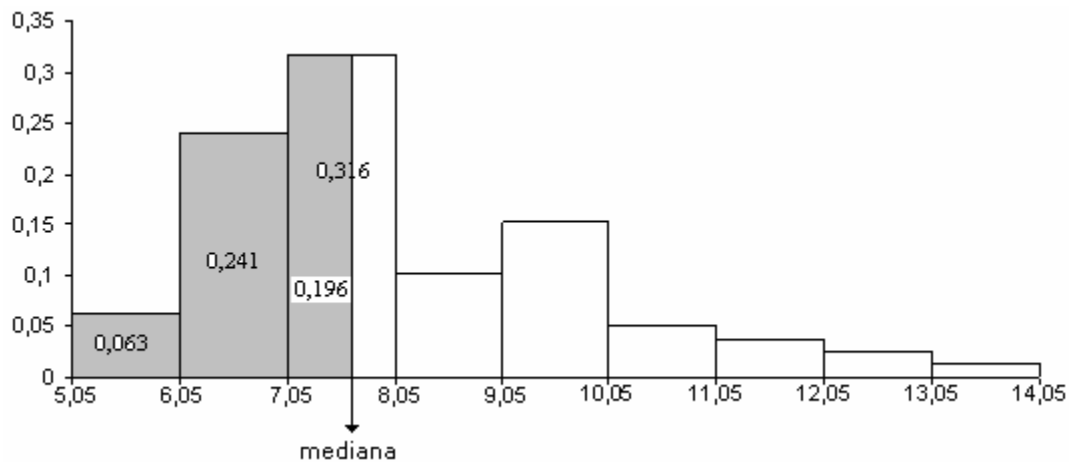
Classe	Ponto médio da classe	Freq. Abs.	Freq. Rel.	Freq. Rel.acum
[5,05-6,05[5,55	5	0,063	0,063
[6,05-7,05[6,55	19	0,241	0,304
[7,05-8,05[7,55	25	0,316	0,62
[8,05-9,05[8,55	8	0,101	0,721
[9,05-10,05[9,55	12	0,152	0,873
[10,05-11,05[10,55	4	0,051	0,924
[11,05-12,05[11,55	3	0,038	0,962
[12,05-13,05[12,55	2	0,025	0,987
[13,05-14,05[13,55	1	0,013	1

$$\begin{aligned} \text{Média} &= 5,55 \times 0,063 + 6,55 \times 0,241 + \dots + 13,55 \times 0,013 \\ &= 8,09 \end{aligned}$$

Mediana

O raciocínio para o cálculo da mediana ou dos quartis, é idêntico. Vamos exemplificar, o cálculo da mediana.

A mediana pertence à classe [7,05-8,05[, já que, por definição, a mediana é o ponto que divide a distribuição das frequências ao meio. Na figura a seguir exemplificamos a posição da mediana:



A mediana há-de ser o ponto tal que $0,063 + 0,241 + 0,196 = 0,5$

Fazendo uma regra de 3 simples

$$\begin{array}{rcl} 1 & 0,316 & \\ X & 0,196 & x=0,62 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Mediana} &= 7,05 + 0,62 \\ &= 7,67 \end{aligned}$$

3. a) Fraca b) A nuvem de pontos não apresenta um aspecto alongado, susceptível de lhe ser ajustada uma recta. Assim, como o coef. de correlação linear mede o grau de associação linear entre as variáveis, o seu valor deve vir perto de 0.

Probabilidade

- a) Tendo em consideração a classe etária de 0 a 4 anos, verifica-se que a percentagem de rapazes é 51%, enquanto que a percentagem de raparigas é 49%. Assim, depreende-se que nascem mais rapazes do que raparigas.
- b) Aproximadamente 16%
- c) Aproximadamente 58%
- d) Ter em consideração que, apesar de nascerem mais rapazes, nas classes etárias mais avançadas predominarem as mulheres