

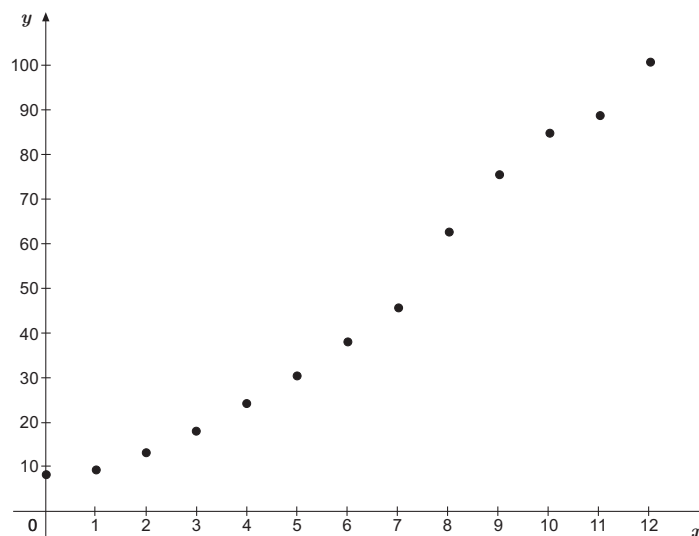
2. Na actualidade, há uma crescente preocupação com a preservação da natureza, nomeadamente, quanto à necessidade de proteger espécies que se encontram em vias de extinção.

Considere que uma certa espécie animal se encontrava em vias de extinção. Para a proteger, tomaram-se medidas proteccionistas, designadamente, a criação de uma área protegida, no seu habitat natural.

Admita que, no início, apenas existiam 8 animais da espécie nessa área. A tabela seguinte traduz a contagem anual do número de animais nela existentes.

Anos decorridos desde a criação da área protegida (x)	Número de animais existentes na área protegida (y)
0	8
1	9
2	13
3	18
4	24
5	30
6	38
7	45
8	62
9	75
10	84
11	88
12	100

O gráfico seguinte representa os dados da tabela, através de uma nuvem de pontos.



- 2.1.** Com recurso à calculadora, determine o modelo de regressão linear, de equação $y = ax + b$, que se ajusta à nuvem de pontos apresentada.

Indique os valores de a e de b , com uma aproximação às décimas.

- 2.2.** Um modelo alternativo ao modelo de regressão linear, que podemos ajustar à nuvem de pontos apresentada, é o modelo logístico. No caso concreto, o recurso à calculadora permite obter o modelo logístico de equação

$$y = \frac{125,445}{1 + 18,351 \times e^{-0,355x}}$$

De acordo com este modelo, estime o número de animais existentes, na área protegida, 20 anos após a criação da mesma.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, utilize três casas decimais.

- 2.3.** As grandes áreas territoriais ocupadas pela espécie e os recursos alimentares disponíveis são alguns dos factores que condicionam o número de animais na área protegida.

Suponha que se previa que esta área viria a atingir a sua capacidade máxima, quanto à população de animais desta espécie, aproximadamente 25 anos após a sua criação.

Num pequeno texto, indique, justificando, de entre o modelo de regressão linear (por si determinado no item **2.1.**) e o modelo logístico (apresentado no item **2.2.**), qual é o que interpreta a situação descrita para o primeiro meio século de existência da área protegida.

No seu texto deve, obrigatoriamente, referir duas razões distintas: uma que fundamente a sua opção quanto à eliminação de um dos modelos e outra que apoie a sua escolha do outro modelo.

Caso não tenha respondido ao item **2.1.**, e somente neste caso, considere que a equação do modelo de regressão linear é $y = 8,3x - 3,4$.

2.

2.1. O modelo de regressão linear que se ajusta à nuvem de pontos apresentada é:

$$y = 8,2x - 3,5$$

estando os valores apresentados arredondados às décimas.

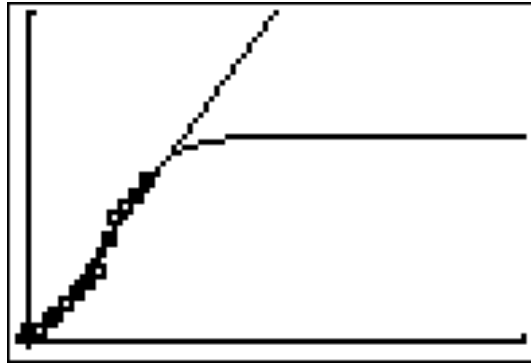
2.2. De acordo com o modelo logístico, que se ajusta aos dados da situação, o número de animais existentes, na área protegida, 20 anos após a sua criação, calcula-se:

$$y(20) = \frac{125,445}{1 + 18,351 \times e^{-0,355 \times 20}} \approx 124 \text{ animais (resultado arredondado às unidades).}$$

2.3. De entre os dois modelos considerados, o de regressão linear e o logístico, o que melhor interpreta a situação descrita para o primeiro meio século de existência da área protegida é o modelo logístico. Uma das razões que afasta o modelo linear, $y = 8,2x - 3,5$, é o facto de $y(0) = -3,5$, ou seja, prevê um número negativo de animais no início da criação da área protegida, enquanto que o modelo logístico, $y = \frac{125,445}{1 + 18,351 \times e^{-0,355x}}$ prevê cerca de 6 animais, $y(0) \approx 6$, o que se adequa mais à realidade que são 8.

O modelo logístico é preferível por estimar igualmente em 125 o número de animais tanto ao fim dos 50 anos, $y(50) \approx 125$, como ao fim de 25, $y(25) \approx 125$, altura em que se previa que a área protegida atingisse a sua capacidade máxima.

A visualização dos gráficos dos dois modelos juntamente com a respectiva nuvem de pontos permite confirmar a adequabilidade do modelo logístico para interpretar a situação durante o primeiro meio século.



Janela de Visualização: $[0,50] \times [0,200]$
