

$$\begin{aligned}
 1.2 \quad P(55 < X < 72) &= P(55 < 10U + 63 < 72) = P(-8 < 10U < 9) = P(-0,8 < U < -0,9) = \\
 &= \phi(0,9) - \phi(-0,8) = \phi(0,9) - (1 - \phi(0,8)) = \phi(0,9) - 1 + \phi(0,8) = 0,604 \\
 &0,604 \times 900 \approx 544 \text{ pessoas}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.3 \quad P(X > 80) &= P(10U + 63 > 80) = P(10U > 17) = P(U > 1,7) = \\
 &= 1 - 0,9554 = 0,0446 \\
 &0,0446 \times 900 = 40 \text{ pessoas}
 \end{aligned}$$

## Atividade 2 (pág. 195)

Trabalho de pesquisa

## Exercícios de aplicação (pág. 202)

1. Exemplos de fenômenos aleatórios: saber o número da lotaria do Natal, saber o vencedor do campeonato do mundo de futebol, saber o sexo do próximo membro da família.

Exemplos de fenômenos determinísticos: contar o número de dias do mês de janeiro, contar o número de dias da semana, colocar a mão no lume.

2. A, B e G

$$3.1 \quad \Omega = \{B_1, B_2, B_3, A_1, A_2, V_1\}$$

3.2 «Sair uma bola branca, azul ou vermelha»

3.3 «Sair uma bola amarela»

3.4 «Sair uma bola vermelha»

$$4.1 \quad \Omega = \{(N, E), (N, N), (E, E), (E, N)\}$$



4.2 «Sair a face nacional em ambas as moedas»

$$4.3 \quad A = \{(N, E), (E, N)\}$$

$$B = \{(E, E), (E, N), (N, E)\}$$

$$C = \{(N, E), (E, N), (N, N)\}$$

5.1  $A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \rightarrow A$  ocorre e  $B$  e  $C$  não ocorrem.

5.2  $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) \rightarrow$  Ocorre  $A$  ou  $B$  ou  $C$ .

5.3  $A \cap B \cap C \rightarrow$  Definição de interseção de acontecimentos.

5.4  $A \cup B \cup C \rightarrow$  Definição de reunião de acontecimentos.

5.5  $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) \rightarrow$  Os dois acontecimentos que ocorrem podem ser  $A$  e  $B$ ,  $A$  e  $C$  ou  $B$  e  $C$ .

5.6  $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) \rightarrow$   
Dois acontecimentos ocorrerem é, no máximo, ocorrerem um ou dois acontecimentos.

5.7  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \rightarrow$  Nenhum acontecimento ocorrer é não ocorrer A, nem B, nem C.

6.1  $\Omega = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$

6.2  $A = \{(2, 1, 3), (2, 3, 1)\}$

$B = \{(2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$

6.2.1  $A \cap B = \{(2, 3, 1)\}$

6.2.2  $A \cup B = \{(2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$

6.2.3  $A \cap \bar{B} = \{(2, 1, 3)\}$

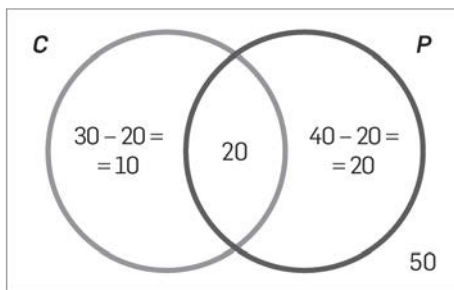
6.2.4  $\bar{A} \cup B = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\} \cup \{(2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\} =$   
 $= \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (2, 3, 1)\}$

6.2.5  $B - A = \{(3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$

6.2.6  $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = \{(2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\} = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2)\}$

6.2.7  $A \cap (B \cup A) = A \cap (\bar{B} \cap \bar{A}) = \underbrace{A \cap \bar{A}}_{\phi} \cap \bar{B} = \phi$

7.



	C	$\bar{C}$	Total
P	20	20	40
$\bar{P}$	10	50	60
Total	30	70	100

$$40 + 30 = 70$$

$$70 - 50 = 20 \rightarrow \text{interseção}$$

8.1  $P(\text{«sair ás vermelho»}) = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} = 5\%$

8.2  $P(\text{«sair dama de ouros»}) = \frac{1}{40} = 2,5\%$

8.3 «Sair carta vermelha»

Como existem 20 cartas vermelhas,

$$P(\text{«sair carta vermelha»}) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 50\%$$

9. Sejam os acontecimentos:  
 $P$ : «incluir pão» e  $L$ : «incluir leite»  
 $P(L) = 45\%$   
 $P(L \cap P) = 9\%$   
 $P(\bar{L} \cap \bar{P}) = \frac{1}{4}$

9.1

	$P$	$\bar{P}$	Total
$L$	9%	36%	45%
$\bar{L}$	30%	25%	55%
Total	39%	61%	100%

$$P(P) = 39\%$$

9.2 Considerando os acontecimentos:

$A$ : «ser rapariga» e  $B$ : «ser rapaz»

Sabe-se que:

$$P(A) = 60\%$$

$$\text{Logo, } P(B) = 40\%$$

$$P(\bar{L} \cap \bar{P} | B) = 37,5\%$$

Queremos determinar:  $P(A \cap (\bar{L} \cap \bar{P}))$

$$\frac{P(\bar{L} \cap \bar{P} \cap B)}{P(B)} = 0,375 \Leftrightarrow P((\bar{L} \cap \bar{P}) \cap B) = 0,375 \times 0,4 \Leftrightarrow P((\bar{L} \cap \bar{P}) \cap B) = 0,15$$

Sabe-se que:

$$P(\bar{L} \cap \bar{P}) = 25\%$$

$$\text{Logo, } P(A \cap (\bar{L} \cap \bar{P})) = 10\% = \frac{1}{10}$$

10. O número total de votantes foi:

$$13\,442 + 8723 + 6033 + 1120 + 1258 = 30\,576$$

Se a abstenção foi de 36%, então 30 576 corresponde a 64%.

$$\text{Ou seja, o número total de inscritos é: } \frac{30\,576}{0,64} = 47\,775$$

A probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter votado no partido A é:

$$P = \frac{13\,442}{47\,775} \approx 28\%$$

11. Escolhendo ao acaso, um a seguir ao outro, a probabilidade de ambos serem jogadores de rãguebi é dada por:

$$P = \frac{191}{731} \times \frac{190}{730} \approx 6,8\%$$

12. O número de casos possíveis é:  $3 \times 2 = 6$

O número de casos favoráveis é 4.

$$F_1 F_2 C ; F_2 F_1 C ; C F_1 F_2 ; C F_2 F_1$$

$$\text{Logo, } P = \frac{2}{3}$$

13.  $10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 = 6\,760\,000$

- 14.1  $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 \rightarrow$  Existem dez algarismos para cada um dos quatro dígitos.

- 14.2 \_ \_ \_ \_

$$10 \times 10 \times 1 \times 1$$

Para ser capicua, o primeiro dígito tem de ser igual ao último e o segundo igual ao penúltimo.

Assim, existem  $10 \times 10 \times 1 \times 1 = 100$  códigos que são capicuas.

- 14.3 Se os números são diferentes, temos:

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040 \text{ códigos diferentes}$$

- 14.4 0 \_ \_ 0

$$10 \times 10$$

Para o primeiro e para o último dígito, só temos uma hipótese. Para os restantes dígitos, temos dez hipóteses para cada um.

- 15.1 Existem quatro damas no baralho. Como as cartas são retiradas sucessivamente e sem reposição, existem  $4 \times 3 = 12$  maneiras

- 15.2 Existem quatro naipes diferentes com 13 cartas cada.

$$13 \times 13 \times 4 \times 3 = 2028$$

- 15.3  $4 \times 13 \times 12 = 624$

- 15.4  $R_c \_ \text{ ou } \_ R_c$

$$1 \times 51 + 51 \times 1 = 102$$

- 16.1 \_ \_ \_ \_ \_

↑

{2, 4}

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 = 5^4 \times 2 = 1250$$

- 16.2 1 \_ \_ \_ 5

$$5 \times 5 \times 5 = 125$$

- 16.3  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

- 17.1.1  $P(\text{comprimento} < 15,3) = \frac{45 \times 44}{50 \times 49} = \frac{198}{245}$

$$17.1.2 \quad P = \frac{45 \times 5}{50 \times 49} = \frac{9}{98}$$

$$17.2 \quad P = \frac{45 \times 45}{50 \times 50} = \frac{81}{100}$$

$$P = \frac{45 \times 5}{50 \times 50} = \frac{9}{100}$$

$$18.1.1 \quad P = \frac{1720 \times 1719}{2222 \times 2221} \approx 59,91\%$$

$$18.1.2 \quad P = \frac{171 \times 1720}{2222 \times 2221} \approx 5,96\%$$

$$18.2.1 \quad P = \frac{171 \times 55 \times 1720 \times 120 \times 156}{2222 \times 2221 \times 2220 \times 2219 \times 2218} \approx 5,61 \times 10^{-4}\%$$

$$18.2.2 \quad P = \frac{171 \times 170 \times 169 \times 1720 \times 1719}{2222 \times 2221 \times 2220 \times 2219 \times 2218} \approx 0,03\%$$

19.1 Se retirarmos do monte A, a probabilidade de serem as duas de copas será:

$$P = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$$

Se retirarmos do monte B, a probabilidade de serem as duas de copas será:

$$P = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56}$$

Então, a probabilidade pedida é dada por:

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{6}{56} + \frac{1}{2} \times \frac{20}{56} = \frac{13}{56}$$

19.2 Se retirarmos do monte A:

$$P = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times 2 = \frac{15}{28}$$

Se retirarmos do monte B:

$$P = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times 2 = \frac{15}{28}$$

$$\text{Logo, } P = \frac{1}{2} \times \frac{15}{28} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{28} = \frac{15}{28}$$

20.1 RR ou AA ou VV

$$P = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{11}{25}$$

20.2 V\_

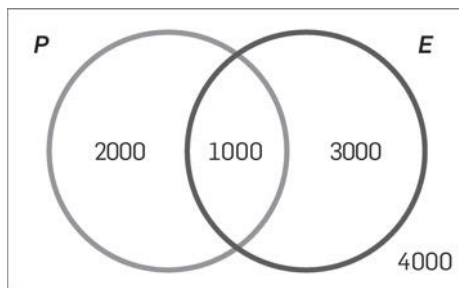
A primeira tem de ser vermelha e segunda pode ser de qualquer cor.

$$P = \frac{1}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{1}{5}$$

20.3 AR ou RA

$$P = \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{25}$$

21.



$$21.1 \quad P = \frac{2000}{4000} = 50\%$$

$$21.2 \quad P = \frac{2000 + 1000 + 3000}{10\,000} = \frac{6000}{10\,000} = \frac{3}{5} = 60\%$$

$$21.3 \quad P = \frac{4000}{10000} = 40\%$$

$$22.1 \quad P(O | Rh^-) = \frac{P(O \cap Rh^-)}{P(Rh^-)} = \frac{0,06}{0,16} = \frac{3}{8}$$

$$22.2 \quad P(Rh^+ | A) = \frac{P(Rh^+ \cap A)}{P(A)} = \frac{0,39}{0,46} = \frac{39}{46}$$

23. Seja:

A: «autoavaliaram-se com nível 1»

B: «autoavaliaram-se com nível superior a 1»

C: «ser português»

Sabe-se que:  $P(C | A) = 20\%$  e  $P(C | B) = 5\%$

Pretende-se calcular  $P(A | C)$ :

$$\frac{P(C \cap A)}{P(A)} = 0,2 \Leftrightarrow P(C \cap A) = 0,2 \times 0,1 \Leftrightarrow P(C \cap A) = 0,02$$

$$\frac{P(C \cap B)}{P(B)} = 0,05 \Leftrightarrow P(C \cap B) = 0,05 \times 0,9 \Leftrightarrow P(C \cap B) = 0,045$$

Número de portugueses que declararam não saber nada:  $0,02 \times 15\,800 = 316$

Número de portugueses que se autoavaliaram com nível superior a 1:  $0,045 \times 15\,800 = 711$

Assim, podemos concluir que existem  $316 + 711 = 1027$  portugueses na amostra.

A probabilidade pedida é:

$$P(A | C) = \frac{316}{1027} \approx 31\%$$

24. Consideremos os acontecimentos:

A: «o atleta beber água no posto A»

D: «o atleta beber água no posto D»

Sabe-se que:

$$P(D|A) = \frac{9}{10} \text{ e } P(D \cap A) = \frac{3}{5}$$

Pretende-se calcular  $P(A)$ :

$$P(D|A) = \frac{9}{10} \Leftrightarrow \frac{P(D \cap A)}{P(A)} = \frac{9}{10} \Leftrightarrow P(A) = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{10}} \Leftrightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

25. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser rapariga»

L: «ser loira»

C: «ter cabelo castanho»

T: «ter cabelo preto»

Sabe-se que:

$$P(A) = 60\%, P(L|A) = 25\%, P(C|A) = 50\% \text{ e } P(T|A) = 25\%$$

$$P(\bar{A}) = 40\%, P(L|\bar{A}) = 12,5\%, P(C|\bar{A}) = 50\% \text{ e } P(T|\bar{A}) = 37,5\%$$

$$\begin{aligned} 25.1 \quad P(L) &= P(L \cap A) + P(L \cap \bar{A}) = P(L|A) \times P(A) + P(L|\bar{A}) \times P(\bar{A}) = \\ &= 0,25 \times 0,6 + 0,125 \times 0,4 = 0,2 = 20\% \end{aligned}$$

$$25.2 \quad P(A|T) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)} = \frac{P(T|A) \times P(A)}{P(T|A) \times P(A) + P(T|\bar{A}) \times P(\bar{A})} = \frac{0,25 \times 0,6}{0,25 \times 0,6 + 0,375 \times 0,4} = 0,5 = 50\%$$

26. Consideremos os acontecimentos:

T: «o período de capitalização é 3 meses»

S: «o período de capitalização é 6 meses»

R: «obter rendimento»

Sabe-se que:

$$P(R|T) = 76\% \text{ e } P(R|S) = 92\%$$

$$P(T) = \frac{2}{5} \text{ e } P(S) = \frac{3}{5}$$

Pretende-se calcular  $P(T|R)$ :

$$P(R|T) = 0,76 \Leftrightarrow \frac{P(R \cap T)}{P(T)} = 0,76 \Leftrightarrow P(R \cap T) = 0,76 \times \frac{2}{5} \Leftrightarrow P(R \cap T) = 0,304$$

$$P(R|S) = 0,92 \Leftrightarrow \frac{P(R \cap S)}{P(S)} = 0,92 \Leftrightarrow P(R \cap S) = 0,92 \times \frac{3}{5} \Leftrightarrow P(R \cap S) = 0,552$$

$$P(T|R) = \frac{P(T \cap R)}{P(R)} = \frac{0,304}{P(R \cap T) + P(R \cap S)} = \frac{0,304}{0,76 \times \frac{2}{5} + 0,92 \times \frac{3}{5}} = \frac{38}{107}$$

27. Consideremos os acontecimentos:

$A$ : «ser da fábrica Alfa»

$B$ : «ser da fábrica Beta»

$N$ : «destinar-se ao mercado nacional»

Sabe-se que:

$$P(N | A) = \frac{1}{3} \text{ e } P(N | B) = \frac{1}{4}$$

Pretende-se calcular  $P(A | N)$ :

$$P(A | N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} = \frac{P(A \cap N)}{P(A \cap N) + P(B \cap N)} = \frac{0,5 \times \frac{1}{3}}{0,5 \times \frac{1}{3} + 0,5 \times \frac{1}{4}} = \frac{4}{7}$$

28.1 Sabe-se que:

$$P(A) = 0,05; P(B) = 0,7 \text{ e } P(C) = 0,25$$

$$P(V | A) = 0,3; P(V | B) = 0,4 \text{ e } P(V | C) = 0,5$$

Tem-se que:

$$P(V | A) = 0,3 \Leftrightarrow \frac{P(V \cap A)}{P(A)} = 0,3 \Leftrightarrow P(V \cap A) = 0,3 \times 0,05 \Leftrightarrow P(V \cap A) = 0,015$$

$$P(V | B) = 0,4 \Leftrightarrow \frac{P(V \cap B)}{P(B)} = 0,4 \Leftrightarrow P(V \cap B) = 0,4 \times 0,7 \Leftrightarrow P(V \cap B) = 0,28$$

$$P(V | C) = 0,5 \Leftrightarrow \frac{P(V \cap C)}{P(C)} = 0,5 \Leftrightarrow P(V \cap C) = 0,25 \times 0,5 \Leftrightarrow P(V \cap C) = 0,125$$

Podemos agora preencher a tabela:

Acontecimentos	$A$	$B$	$C$	Total
$V$	0,015	0,28	0,125	0,42
$\bar{V}$	0,035	0,42	0,125	0,58
Total	0,05	0,70	0,25	1

28.2 Sabe-se que:

$$P(B) = 0,72 \text{ e } P(C) = 0,28$$

$$P(V) = P(V \cap B) + P(V \cap C) = P(V | B) \times P(B) + P(V | C) \times P(C) = 0,4 \times 0,72 + 0,5 \times 0,28 = 0,428 = 42,8\%$$



29. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser da caixa A»

B: «ser da caixa B»

D: «ter defeito»

Sabe-se que:

$$P(D|A) = \frac{7}{20} \text{ e } P(D|B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

29.1 Consideremos os acontecimentos:

$D_A$ : «tirar lápis com defeito da caixa A»

$D_B$ : «tirar lápis com defeito da caixa B»

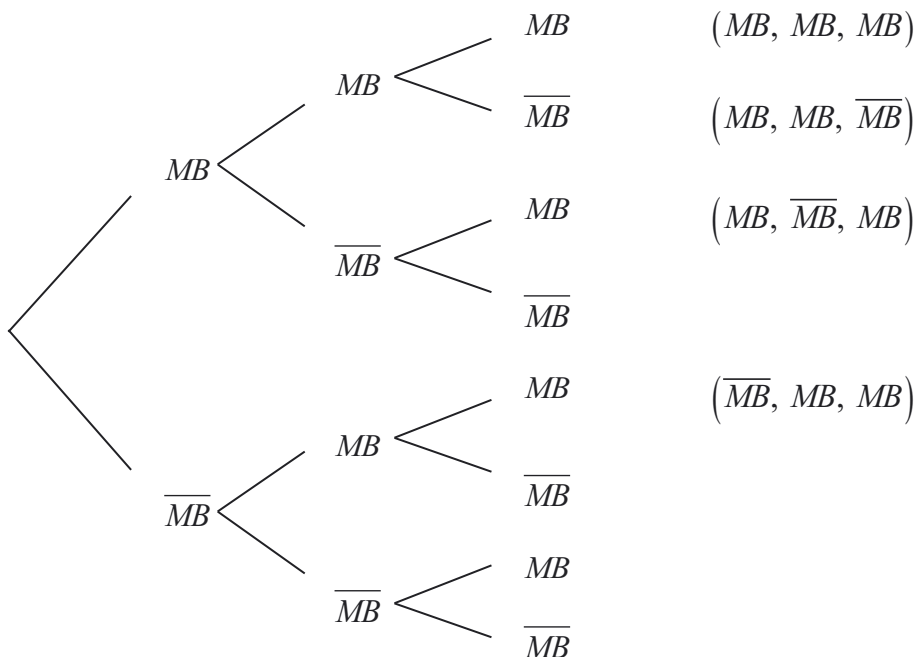
$D_A$  e  $D_B$  são acontecimentos independentes, logo:

$$P(D_A \cap D_B) = P(D_A) \times P(D_B) = \frac{7}{20} \times \frac{4}{12} = \frac{7}{60}$$

$$29.2 \quad P\left(\left(D_A \cap \overline{D_B}\right) \cup \left(\overline{D_A} \cap D_B\right)\right) = P(D_A) \times P(\overline{D_B}) + P(\overline{D_A}) \times P(D_B) = \frac{7}{20} \times \frac{8}{12} + \frac{13}{20} \times \frac{4}{12} = \frac{9}{20}$$

$$30.1 \quad P = \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} = \frac{14}{95}$$

30.2



Pelo menos dois estarem muito bons é equivalente a dizer que apenas dois estão  $MB$  ou estão os três  $MB$ .

$$\frac{MB \quad MB \quad \overline{MB}}{\quad \quad \quad} \quad \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{12}{18} \times 3$$

$$\frac{MB \quad MB \quad \overline{MB}}{\quad \quad \quad} \quad \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{6}{18}$$

$$\text{Então, } P = \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{12}{18} \times 3 + \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{98}{285}$$

31. Para verificar se  $H$  e  $D$  são independentes, temos de averiguar a veracidade de:

$$P(H \cap D) = P(H) \times P(D)$$

$$P(H \cap D) = \frac{250}{1232 + 1035 + 613 + 555} = \frac{50}{687}$$

$$P(H) = \frac{518 + 411 + 255 + 250}{1232 + 1035 + 613 + 555} = \frac{478}{1145}$$

$$P(D) = \frac{305 + 250}{1232 + 1035 + 613 + 555} = \frac{555}{3435} = \frac{37}{229}$$

$$P(H) \times P(D) = \frac{478}{1145} \times \frac{37}{229} = \frac{17\,686}{262\,205}$$

Então,  $P(H \cap D) \neq P(H) \times P(D)$ , logo, podemos concluir que os acontecimentos  $H$  e  $D$  não são independentes.

32. Consideremos os acontecimentos:

$A$ : «ter a doença A»

$B$ : «ter a doença B»

$C$ : «ter a doença C»

$D$ : «sair curado»

Sabe-se que:

$$P(A) = 20\%; P(B) = 30\%; P(C) = 50\%; P(D|A) = 10\%; P(D|B) = 70\%$$

$$\text{e } P(D|C) = 50\%$$

32.1  $P(D|B) = 70\%$

32.2  $P(D) = P(D|A) \times P(A) + P(D|B) \times P(B) + P(D|C) \times P(C) =$   
 $= 0,1 \times 0,2 + 0,7 \times 0,3 + 0,5 \times 0,5 = 0,48 = 48\%$

32.3  $P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|C) \times P(C)}{0,48} = \frac{0,5 \times 0,5}{0,48} = \frac{25}{48} \approx 52\%$

33. Consideremos os acontecimentos:

$A$ : «ser da máquina A»

$B$ : «ser da máquina B»

$C$ : «ser da máquina C»

$D$ : «ser defeituosa»

Sabe-se que:

$$P(A) = 15\%, P(D|A) = 5\%, P(B) = 45\%, P(D|B) = 3\% \text{ e } P(D|C) = 10\%$$

$$P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) =$$

$$= P(D|A) \times P(A) + P(D|B) \times P(B) + P(D|C) \times P(C) =$$

$$= 0,05 \times 0,15 + 0,03 \times 0,45 + 0,1 \times (1 - 0,15 - 0,45) = 0,061 = 6,1\%$$

34. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser do parque A»

B: «ser do parque B»

C: «ser do parque C»

D: «produzir cerâmica»

Sabe-se que:

$$P(D | A) = 10\%, P(D | B) = 40\% \text{ e } P(D | C) = 25\%$$

$$P(D) = P(D | A) \times P(A) + P(D | B) \times P(B) + P(D | C) \times P(C) =$$

$$= 0,1 \times \frac{1}{3} + 0,4 \times \frac{1}{3} + 0,25 \times \frac{1}{3} = 0,25 = 25\%$$

35.1 Consideremos a tabela com os resultados possíveis da soma das pontuações das faces dos dados:

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

A probabilidade de a soma das faces dos dados ser um múltiplo de 5 é  $\frac{7}{36}$ .

Logo, a probabilidade de a Vanda vir a selecionar o primeiro livro para ler da estante que só tem romances de ficção científica é  $\frac{7}{36}$ .

35.2 X pode tomar os seguintes valores:

$X = 0$  → Não são selecionados livros policiais.

$X = 1$  → É selecionado um livro policial.

$X = 2$  → São selecionados dois livros policiais.

$$P(X = 0) = \frac{20}{35} \times \frac{19}{34} = \frac{38}{119} \quad (A, A)$$

$$P(X = 1) = \frac{15}{35} \times \frac{20}{34} + \frac{20}{35} \times \frac{15}{34} = \frac{60}{119} \quad (P, A) \text{ ou } (A, P)$$

$$P(X = 2) = \frac{15}{35} \times \frac{14}{34} = \frac{21}{119} \quad (P, P)$$

Tabela de distribuição de probabilidades:

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{38}{119}$	$\frac{60}{119}$	$\frac{21}{119}$

36. Consideremos os acontecimentos:

A: «ver a publicidade»

B: «comprar o perfume»

Tem-se que:  $P(A) = 75\%$ ,  $P(B) = 45\%$  e  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 20\%$

36.1 Com os dados, podemos preencher a tabela:

	<b>A</b>	$\bar{A}$	<b>Total</b>
<b>B</b>	40%	5%	45%
$\bar{B}$	35%	20%	55%
<b>Total</b>	75%	25%	100%

Queremos calcular  $P(B \cap A) = 5\%$

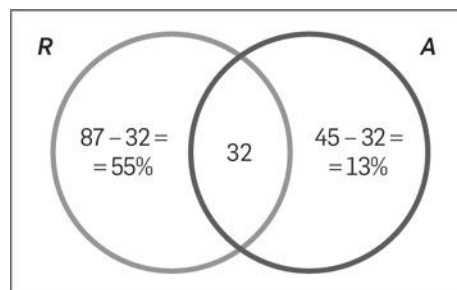
36.2 
$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,75} = \frac{8}{15}$$

37.1 Consideremos os acontecimentos:

R: «utilizaram o transporte rodoviário»

A: «utilizaram o transporte aéreo»

Sabe-se que:  $P(R) = 87\%$  e  $P(A) = 45\%$



$87 + 45 = 132$ , logo, 32% utilizaram ambos os meios de transporte. Então, a probabilidade pedida é:

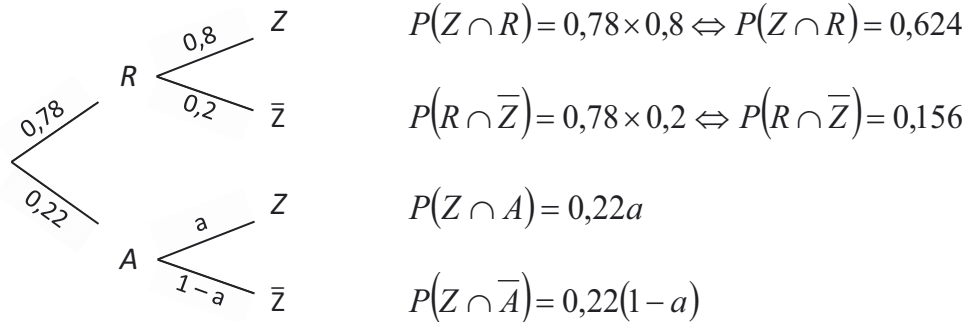
$$P(R \cap \bar{A}) + P(A \cap \bar{R}) = 55\% + 13\% = 68\%$$

**37.2** Além dos acontecimentos  $A$  e  $R$  considerados na alínea anterior, consideremos também:

$Z$ : «entregues dentro do prazo»

Sabe-se que:  $P(R) = 78\%$ ,  $P(Z) = 77,8\%$  e  $P(Z | R) = 80\%$

Pretende-se calcular  $P(A | Z)$ :



Então,  $P(Z) = P(Z \cap R) + P(Z \cap A) \Leftrightarrow 0,778 = 0,624 + 0,22a \Leftrightarrow a = 0,7$

Queremos calcular  $P(A | Z)$ :

$$P(A | Z) = \frac{P(A \cap Z)}{P(Z)} = \frac{0,22 \times 0,7}{0,778} \approx 20\%$$

**37.3**  $P(R) = 80\%$

Em dois dos três serviços, utilizou-se o transporte rodoviário, logo:

$R R \bar{R}$  ou  $R \bar{R} R$  ou  $\bar{R} R R$

Ou seja:

$$P = 3 \times 0,8 \times 0,8 \times 0,2 = 0,384 = 38,4\%$$

**38.1**  $0,2 + 0,3 + 0,4 + P(X = 4) = 1 \Leftrightarrow P(X = 4) = 1 - 0,2 - 0,3 - 0,4 \Leftrightarrow P(X = 4) = 0,1$

**38.2**  $0,4 \times 20 = 8$

Oito alunos leram três livros nas férias.

**38.3**  $P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0,4 + 0,1 = 0,5 = 50\%$

**39.** Sabe-se que  $P(X \geq 1) = 0,995$

Ou seja:

$$0,425 + b + 0,120 = 0,995 \Leftrightarrow b = 0,45$$

$$a + 0,425 + 0,45 + 0,120 = 1 \Leftrightarrow a = 0,005$$

**40.**  $X$  pode tomar os seguintes valores:

$X = 0$  → Não há bolas amarelas, ou seja, são todas vermelhas.

$X = 1$  → Existe uma bola amarela e três vermelhas.

$X = 2$  → Existem duas bolas amarelas e duas vermelhas.

$X = 3$  → Existem três bolas amarelas e uma vermelha.

$X = 4$  → Todas as bolas são amarelas.

$$P(X=0) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{24}{5040} = \frac{1}{210}$$

$$P(X=1) = 4 \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{35} \quad \text{AVVV}$$

$$P(X=2) = 6 \times \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \quad \text{AVAV, AAVV, AVVA, VAAV, VAVA, VVAA}$$

$$P(X=3) = 4 \times \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21} \quad \text{AAAV}$$

$$P(X=4) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{14} \quad \text{AAAA}$$

$x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{210}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{14}$

41.  $X$  pode tomar os valores 0, 1, 2, 3 e 4.

Considerando que a probabilidade de ter um filho rapaz é  $\frac{1}{2}$ , tem-se que:

$$P(X=0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \quad \rightarrow \text{Serem todas raparigas}$$

$$P(X=1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \text{Um rapaz}$$

$$P(X=2) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 6 = \frac{3}{8} \quad \rightarrow \text{Dois rapazes}$$

$$P(X=3) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 4 = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \text{Três rapazes}$$

$$P(X=4) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

42.  $X$  pode tomar os valores 0, 1 e 2.

$$P(X=0) = \frac{150}{200} \times \frac{149}{199} \approx 0,56$$

$$P(X=1) = \frac{50}{200} \times \frac{150}{199} + \frac{150}{200} \times \frac{50}{199} \approx 0,38$$

$$P(X=2) = \frac{50}{200} \times \frac{49}{199} = 0,06$$

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,56	0,38	0,06

**43.1**  $X$  pode tomar os valores 0, 1 e 2.

$$P(X = 0) = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \text{A primeira bola é azul.}$$

$$P(X = 1) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \text{A primeira bola é verde e a segunda é azul.}$$

$$P(X = 2) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \text{A primeira bola e a segunda são verdes.}$$

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

**43.2**  $\mu = 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = 1$

$$\text{var}(X) = \frac{1}{3} \times (0-1)^2 + \frac{1}{3} \times (1-1)^2 + \frac{1}{3} \times (2-1)^2 = \frac{1}{3} + 0 + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

**44.1**  $\frac{b+1}{8} + \frac{b}{8} + \frac{b-1}{8} + \frac{b}{8} = 1 \Leftrightarrow 4b = 8 \Leftrightarrow b = 2$       \*No início da tabela, devemos considerar "a-1" em vez de "a-2" (engano)

$$\mu = \frac{1}{4} \Leftrightarrow (a-1) \times \frac{2+1}{8} + a \times \frac{2}{8} + (a+3) \times \frac{2-1}{8} + (a+5) \times \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3a-3}{8} + \frac{2a}{8} + \frac{a+3}{8} + \frac{2a+10}{8} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 8a+10 = 2 \Leftrightarrow 8a = -8 \Leftrightarrow a = -1$$

**44.2** Consideremos a tabela para  $a = -1$  e  $b = 2$

$x_i$	-2	-1	2	4
$P_i$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

$$\text{var}(X) = \frac{3}{8} \left(-2 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} \times \left(-1 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} \times \left(2 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(4 - \frac{1}{4}\right)^2 = 6,188$$

**44.3.1**  $P(X \geq 4) = \frac{1}{4} = 25\%$

**44.3.2**  $P(-1 < X \leq 3) = P(X = 2) = \frac{1}{8} = 12,5\%$

45. Modelo de Poisson com  $\lambda = 5$

45.1 Como  $E(X) = \lambda$ , então, o número esperado de camiões a chegar, por dia, ao armazém é 5.

$$45.2.1 \quad P(X=2) = e^{-5} \times \frac{5^2}{2!} = 0,084$$

45.2.2

$$\begin{aligned} P(X > 5) &= 1 - P(X \leq 5) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)) = \\ &= 1 - \left( e^{-5} \times \frac{5^0}{0!} + e^{-5} \times \frac{5}{1!} + e^{-5} \times \frac{5^2}{2!} + e^{-5} \times \frac{5^3}{3!} + e^{-5} \times \frac{5^4}{4!} + e^{-5} \times \frac{5^5}{5!} \right) = \\ &= 1 - e^{-5} \left( 1 + 5 + \frac{5^2}{2!} + \frac{5^3}{3!} + \frac{5^4}{4!} + \frac{5^5}{5!} \right) = 0,38 \end{aligned}$$

45.2.3  $\lambda = 5$        $7\lambda = 35$

Trata-se de uma variável aleatória:  $Y = 7X$

O modelo a utilizar é:

$$P(Y=k) = e^{-35} \times \frac{35^k}{k!}$$

Logo:

$$P(Y=30) = e^{-35} \times \frac{35^{30}}{30!} = 0,05$$

46.1 Sabe-se que  $E(X) = 2$

Como estamos perante um modelo de Poisson, tem-se que:  $\lambda = 2$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - e^{-2} \times \frac{2^0}{0!} = 0,86$$

$$46.2 \quad P(X=3) = e^{-2} \times \frac{2^3}{3!} = 0,18$$

$$\begin{aligned} 46.3 \quad P(X > 4) &= 1 - P(X \leq 4) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)) = \\ &= 1 - \left( e^{-2} \times \frac{2^0}{0!} + e^{-2} \times 2 + e^{-2} \times \frac{2^2}{2!} + e^{-2} \times \frac{2^3}{3!} + e^{-2} \times \frac{2^4}{4!} \right) = \\ &= 1 - e^{-2} \left( 1 + 2 + \frac{4}{2!} + \frac{8}{3!} + \frac{16}{4!} \right) = 0,053 \end{aligned}$$

46.4  $Y = 7X$ , logo, o modelo será:

$$P(Y=k) = e^{-14} \times \frac{14^k}{k!}$$

$$P(Y > 28) = 1 - P(Y \leq 28) = 1 - 0,9997 = 0,0003$$

47. Entrar apenas à terceira tentativa significa que não entrou nas duas primeiras. Em cada tentativa, a probabilidade de entrar é 0,8, sendo que a probabilidade de não entrar é 0,2. Então, a probabilidade pedida é dada por:  $P(X=3) = 0,2^2 \times 0,8 \approx 0,032$



48.1  $p = 0,2\% = 0,002$

O primeiro televisor a apresentar uma deficiência de fabrico ser o quinto significa que os quatro primeiros não tinham nenhuma deficiência.

Então:

$$P(X = 5) = (1 - 0,002)^4 \times 0,002 \approx 0,002$$

48.2  $E(X) = \frac{1}{p}$

Logo:  $E(X) = \frac{1}{0,002} \Leftrightarrow E(X) = 500$

Portanto, o número médio de televisores a inspecionar até aparecer o primeiro com alguma anomalia é 500.

49.  $p = 2\% \quad n = 30$

Seja  $X$  a variável: «ser defeituoso»

49.1.1  $P(X = 0) = \frac{30!}{0!30!} \times 0,02^0 \times 0,98^{30} = 0,55$

49.1.2  $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 1 - \left(0,55 + \frac{30!}{29!} \times 0,02 \times 0,98^{29}\right) = 0,12$

49.1.3  $P(X \leq 3) = 0,9971 = 99,71\% \rightarrow$  calculadora

49.2  $P(X = 5) = 3,5\%$

$$\frac{n!}{5!(n-5)!} \times 0,02^5 \times 0,98^{n-5} = 0,035 \Leftrightarrow n \approx 53$$

50.1  $E(X) = \frac{1+50}{2} \Leftrightarrow E(X) = 25,5$

50.2.1  $P(0 \leq X \leq 9) = \frac{9-0}{50-1} = \frac{9}{49} \approx 0,18 \quad 9/49=0.18$

50.2.2  $P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - P(0 \leq X \leq 30) = 1 - \frac{30-0}{50-1} = 0,61 \quad P=(50-30)/(50-1)=0.41$

50.2.3  $P(21 \leq X \leq 44) = \frac{44-21}{50-1} = 0,47 \quad P=(45-20)/(50-1) = 0.51$

51.  $[0, 4]$

51.1  $E(X) = \frac{0+4}{2} = 2$

O número médio de horas de estudo por dia é 2 horas.

51.2  $P(0 \leq X \leq 0,5) = \frac{0,5-0}{4} = 0,125$

51.3  $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - P(0 \leq X \leq 5) = 1 - \frac{5-0}{4} = \frac{1}{4}$  Impossível

Logo, a probabilidade é zero.

51.4  $P(2 \leq X \leq 3,5) = \frac{3,5-2}{4-0} = 0,375$

52.  $\lambda = 0,1$

52.1  $E(X) = \frac{1}{0,1} = 10$

52.2.1  $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - P(0 \leq X \leq 4) = 1 - (e^0 - e^{-0,4}) = 0,67$

52.2.2  $P(6 \leq X \leq 9) = e^{-0,6} - e^{-0,9} = 0,14$

53.  $E(X) = 1$

Logo:  $\frac{1}{\lambda} = 1 \Leftrightarrow \lambda = 1$

53.1  $P(X \leq 3,5) = P(0 \leq X \leq 3,5) = e^0 - e^{-3,5} = 0,97$

53.2  $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(0 \leq X \leq 2) = 1 - (e^0 - e^{-2}) = 0,135$

54.  $\lambda = 600 \quad \sigma = 50$

54.1 Usando a calculadora, obtemos:

$$P(530 \leq X \leq 680) = 0,8644$$

Logo, existem  $0,8644 \times 4000 \approx 3458$  indivíduos, aproximadamente.

54.2  $P(X < 480) = 0,0082$

$$P(X > 740) = 1 - P(X \leq 740) = 1 - 0,997445 = 0,0026$$

55.1  $\text{var}(X) = 625 \text{ mm}^2$  Logo:  $\sigma = \sqrt{\text{var}(X)} = 25$

$$P(X > 400) = 0,1 \quad N(\mu, 25)$$

$$X > 400 \Leftrightarrow 25U + \mu > 400 \Leftrightarrow U > \frac{400 - \mu}{25}$$

$$P\left(U > \frac{400 - \mu}{25}\right) = 1 - P\left(U \leq \frac{400 - \mu}{25}\right)$$

$$\text{Logo: } P\left(U \leq \frac{400 - \mu}{25}\right) = 0,9 \Leftrightarrow \frac{400 - \mu}{25} = 0,9 \Leftrightarrow \mu = 368 \text{ mm}$$

55.2  $P(X \geq 369) = 0,484$

$$0,484 \times 8000 = 3872$$

56.1 Sabe-se que  $\mu = 21$  e  $\sigma = 4$ .

Se o André sair de casa às 8h01, só chegará atrasado se a duração da viagem for superior a 29 minutos.

$$\begin{aligned} P(X > 29) &= P(X > \mu + 2\sigma) = \frac{100\% - P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)}{2} = \\ &= \frac{100\% - 95,45\%}{2} = 2,275\% \end{aligned}$$

A probabilidade de o André chegar atrasado é de 2,28%.

56.2 A probabilidade de o pai do André usar o percurso alternativo é dada por:

$$P(X > 25) = P(X > \mu + \sigma) = \frac{100\% - P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)}{2} =$$

$$= \frac{100\% - 68,27\%}{2} = 15,865\%$$

Representando por  $A$  o acontecimento «usar o percurso alternativo», temos os seguintes casos:

$AA\bar{A}$ ,  $A\bar{A}A$  ou  $\bar{A}AA$

Logo, a probabilidade de, em três dias consecutivos, o pai do André usar o percurso alternativo em apenas dois é dada por:

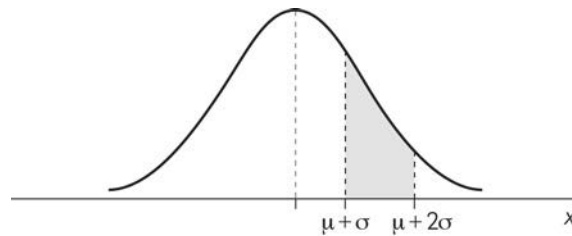
$$P = 0,15865 \times 0,15865 \times (1 - 0,15865) \times 3 = 0,06353$$

Ou seja, a probabilidade é de 6%.

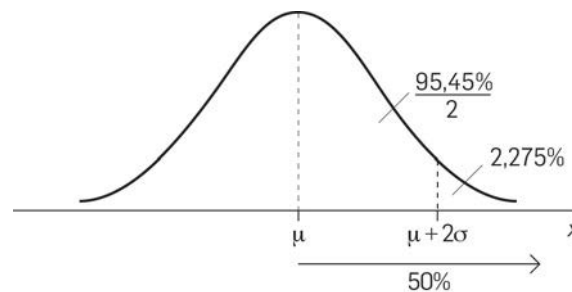
57. Pretende-se determinar  $P(14,1 < X < 18,2)$ .

Como esta probabilidade é equivalente a  $P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma)$ , a probabilidade pedida é

$$P = \frac{95,45 - 68,27}{2} = 13,59\%$$



58.  $P(X > \mu + 2\sigma) = 50\% - \frac{95,45\%}{2} = 2,275\%$



A probabilidade de o gasto em portagens, num determinado dia, ser superior a  $\mu + 2\sigma$  é de 2,275%.