

## **Matemática Aplicada às Ciências Sociais**

### **Prova Global de Avaliação**

### **PROVA NÚMERO 3**

Observação: a prova seguinte é da total responsabilidade dos autores do programa e o GAVE não é modo nenhum responsável por ela.

Duração aconselhada: 2h 30m

Material necessário: Formulário do GAVE, calculadora gráfica.

Esta prova é constituída por 4 questões relativas aos seguintes temas:

1- Modelos Matemáticos

2- Modelos Matemáticos

3- Estatística

4- Probabilidade

### **PROVA 3**

#### **Modelos Matemáticos – Modelos Financeiros**

O Sancho terminou a sua formação e anda à procura de emprego. Uma empresa oferece um salário fixo de 2000 euros mensais. Outra empresa oferece um salário mensal de 500 euros mensais com um aumento de 10% por mês. O João não sabe o que fazer e vai falar com o seu melhor amigo, você.

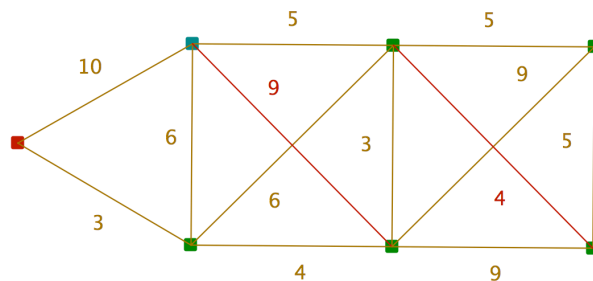
Numa pequena composição explique que conselho daria ao seu amigo Sancho.

Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova Global de Avaliação

Prova Número 3

O esquema abaixo foi feito para projectar a rede de computadores da Biblioteca. Os vértices correspondem a máquinas e as arestas correspondem à possibilidade de ligação entre duas máquinas, juntamente com o correspondente custo de operação (por unidade de tempo) de cada uma. Exige-se da rede que cada computador comunique (directa ou indirectamente) com cada um dos outros computadores sempre a custo mínimo.



Quando viu o esquema, o Director da Biblioteca colocou duas questões, a saber:

1. Mantendo a disposição relativa das máquinas, seria obrigatório haver cabos de ligação a cruzar-se na sua superfície de implantação?
2. A ser verdade que se trata de uma rede bastante segura, não haverá necessidade de haver mais do que uma rota de comunicação entre dois computadores e pode ser utilizada a de menor custo. Quais as ligações que são inúteis?

Estude com cuidado as perguntas do director e faça uma composição, com a terminologia mais adequada, com explicações que sejam compreendidas pelo Director e incluindo todos os esquemas necessários para ilustrar bem as respostas que deu.

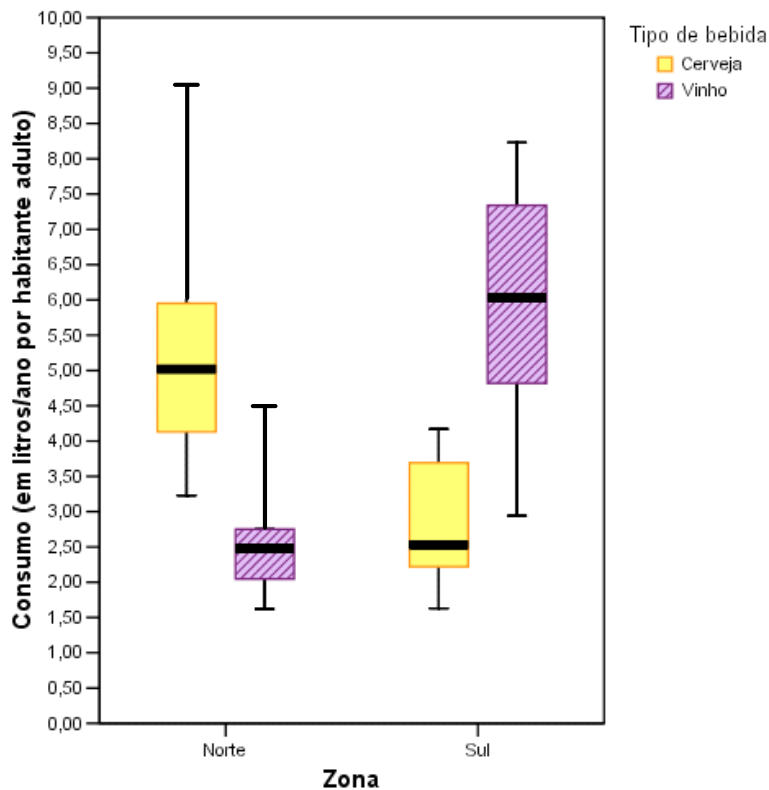
### Prova 3

#### Estatística

A tabela seguinte contém informação referente ao consumo médio (em litros/ano por habitante adulto) de dois tipos de bebidas alcoólicas – Cerveja e Vinho – em alguns países da Europa. Os países estão classificados de acordo com a sua localização geográfica (Zona Norte ou Zona Sul). Na última coluna apresenta-se o total de habitantes adultos em cada um dos países. Todos os valores dizem respeito ao ano de 2001.

País	Zona	Cerveja	Vinho	População Adulta
Dinamarca	Norte	6,07	4,52	4 345 159
Espanha	Sul	4,17	4,96	34 682 628
Finlândia	Norte	4,79	2,75	4 254 047
França	Sul	2,22	8,23	47 806 857
Grécia	Sul	2,36	4,82	9 319 670
Holanda	Norte	5,02	2,75	13 058 292
Irlanda	Norte	9,1	1,83	3 019 653
Itália	Sul	1,63	7,11	48 892 559
Malta	Sul	2,7	2,94	316 406
Noruega	Norte	3,23	1,62	3 609 394
Portugal	Sul	3,69	7,34	8 652 589
Reino Unido	Norte	5,83	2,48	47 955 072
Suécia	Norte	3,47	2,26	7 270 585

Com base nos dados que constam da tabela construiu-se a seguinte representação com diagramas de extremos e quartis (paralelos).



- a) Apenas por leitura desta representação gráfica, diga qual a mediana dos consumos médios de vinho, nos países da Zona Norte da Europa.
- b) Tendo em conta a forma do diagrama de extremos e quartis respeitante ao consumo de cerveja na Zona Norte da Europa, que relação espera que exista entre o valor da média e o valor da mediana dos consumos médios dos países dessa zona. Justifique.
- c) Escreva um pequeno texto onde faça uma análise comparativa do consumo de vinho e de cerveja, nas Zonas Norte e Sul da Europa.
- d) Utilize os valores da tabela para calcular:
  - i) o total de litros de cerveja consumida, em Portugal, em 2001.
  - ii) o consumo médio de vinho (em litros/ano por habitante adulto) na Península Ibérica.

### Probabilidade

Numa fábrica, duas máquinas A e B produzem o mesmo tipo de artigo, que poderá apresentar 0, 1, 2 ou 3 defeitos. Num lote de 1000 artigos produzidos por cada uma das máquinas, verificou-se que o número de defeitos por artigo, se distribuía para cada uma das máquinas, de acordo com a seguinte tabela:

	Número de defeitos por artigo			
	0	1	2	3
Máquina A	250	125	375	250
Máquina B	125	125	250	500

- a) A partir da tabela anterior, obtenha modelos de probabilidade para o número de defeitos nos artigos produzidos, respectivamente, pela máquina A e máquina B.
- b) Em média, qual das máquinas produz artigos com mais defeitos? Justifique adequadamente a sua resposta.
- c) Inadvertidamente misturou-se a produção das duas máquinas. Retirou-se um artigo, ao acaso, desta produção e verificou-se que tinha 3 defeitos. Qual a probabilidade,  $p_1$ , de ter sido produzido pela máquina B?
- d) Calcule a probabilidade,  $p_2$ , de um artigo escolhido ao acaso da produção referida na alínea anterior, ter sido produzido pela máquina B. Faça uma pequena composição onde compare e comente os valores obtidos para  $p_1$  e  $p_2$ .

# Matemática Aplicada às Ciências Sociais

## Prova Global de Avaliação nº 3

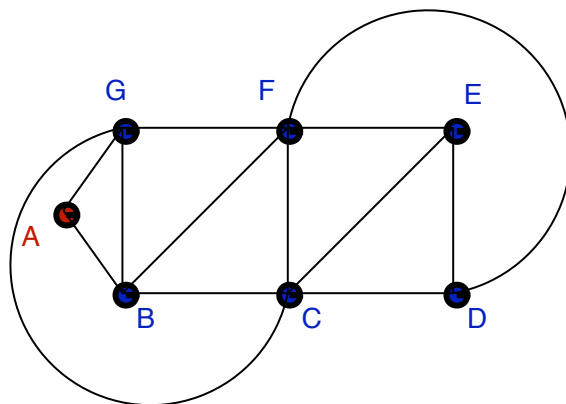
### 1 Respostas

#### 1.1 Questão 1

Uma simples simulação (gráfica ou numérica) com a calculadora permite concluir que, ao fim de 57 meses, o salário oferecido pela segunda empresa torna-se maior. Por isso, se o objectivo do Sancho for estar empregado menos de 57 meses o salário mensal da primeira empresa é melhor. Se o objectivo for estar empregado mais tempo, a segunda empresa oferece melhor salário mensal.

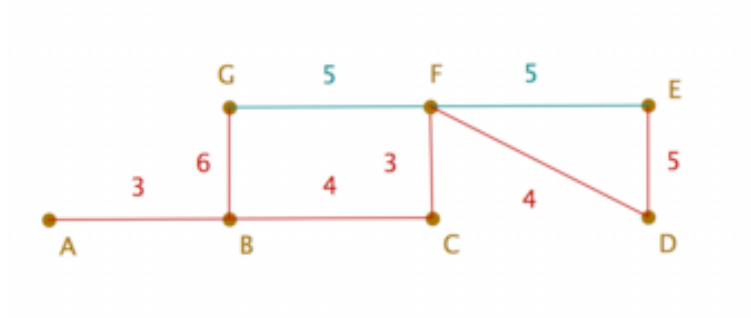
#### 1.2 Questão 2

*Não há dúvida que podemos manter todas as ligações feitas no mesmo plano, sem haver cruzamentos. O esquema seguinte dá uma resposta a esse problema:*

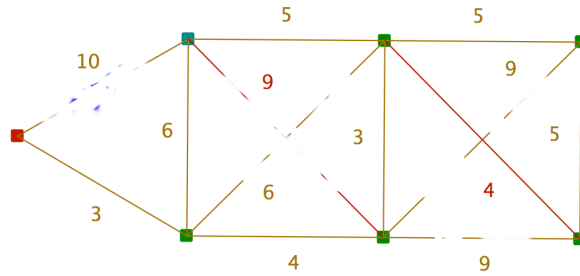


*Podemos ou não eliminar (poupar) ligações? Se pretendemos o menor custo para a ligação entre dois computadores, escolhemos em cada um deles o menor custo entre as alternativas que se apresentam. Por exemplo, para ir de A para B, a ligação directa tem custo 3 e se fossemos por G teríamos o custo 16 ( $AG + GB = 10 + 6$ ) e de A para G não escolhemos*

*AG que é de custo 10, mas antes ABG que é de custo 9 ( $AB+BG= 3+ 6$ ). Escolhemos então em cada nó as alternativas de menor custo para manter ligações: ABCFDE. Fica a faltar-nos uma ligação a G. Optamos por manter BG de custo 6. Mas se quisermos a ligação de menor custo entre cada par de computadores temos de manter a ligação GF ( $jGB+GB+CF$ ) e também EF ( $jFC+CE$ ). E chega. Podemos dispensar a ligação AG, GC, BF, CD e CE. O esquema de ligações pode ficar reduzido a:*



*feitas as contas e as escolhas a partir de*



### Prova 3 – Estatística

- a) Aproximadamente 2,5 litros/ano por habitante adulto
- b) O consumo de cerveja apresenta, pelo menos, um valor que sobressai de entre os restantes, como se verifica pelo tamanho da linha, que liga a caixa ao extremo superior dos dados. Assim, havendo um ou mais "outliers" espera-se que a média venha inflacionada, sendo superior à mediana.
- c)
- d) i) Total litros de cerveja =  $3,69 \times 8\,652\,589$   
= 31928053,41 litros
- ii) Consumo médio de vinho =  $\frac{7,34 \times 8652589 + 4,96 \times 34682628}{865258 + 34682628}$   
 $\approx 5,41$  litros/ano por hab. adulto

### Probabilidade

a)

Máquina A

Nº defeitos por artigo	0	1	2	3
P(nº defeitos=i)	0,250	0,125	0,375	0,250

Máquina B

Nº defeitos por artigo	0	1	2	3
P(nº defeitos=i)	0,125	0,125	0,250	0,500

- b) Nº médio defeitos máquina A =  $0 \times 0,250 + 1 \times 0,125 + \dots + 3 \times 0,250$   
= 1,625
- Nº médio defeitos máquina B =  $0 \times 0,125 + 1 \times 0,125 + \dots + 3 \times 0,500$   
= 2,125

É a máquina B que produz, em média, mais defeitos.

c)  $p_1 \approx 0,67$

$p_2 = 0,50$

Ao ter-se a informação que o artigo tinha 3 defeitos, aumentou a probabilidade de ele ter sido produzido pela máquina B, já que esta máquina produz mais vezes do que a máquina A, artigos com 3 defeitos.