

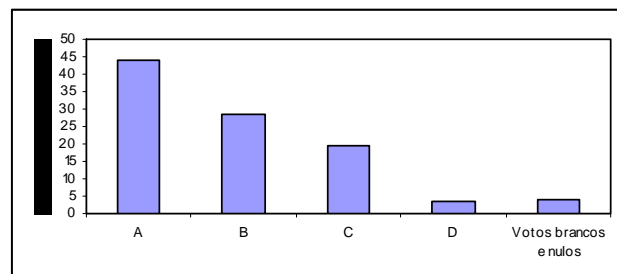
EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS – 835
2ª Fase - 2006
Resolução

1.

1.1.

1.1.1. Em 1997, a distribuição dos votos e respectiva percentagem foi

	Partido A	Partido B	Partido C	Partido D	Branco e nulos
Número de votos	13 442	8 723	6 033	1 120	1 258
Percentagem de votos	44	28,5	19,7	3,7	4,1



1.1.2. O Presidente da Câmara eleito em 1997 foi o cabeça-de-lista do partido A uma vez que este foi o mais votado nessa data. Como, em 2001, o mesmo partido manteve-se o mais votado (com uma percentagem de votos superior a 45%), o cabeça-de-lista do partido A foi reeleito Presidente da Câmara.

1.1.3. Se, em 1997, a abstenção foi de 36%, os votantes, que já sabemos serem num total de 30 576, correspondem a 64%; então, o número total de inscritos é de 47 775 ($\frac{30576}{0,64}$).

A probabilidade, de uma pessoa escolhida ao acaso, ter votado no partido A é $\frac{13\,442}{47\,775} \approx 28\%$

1.1.4. Começamos por determinar a atribuição de mandatos para cada partido, em 1997.

	A	B	C	D
Divisores	13442,0	8723,0	6033,0	1120,0
1	13442,0	8723,0	6033,0	1120,0
2	6721,0	4361,5	3016,5	560,0
3	4480,7	2907,7	2011,0	373,3
4	3360,5	2180,8	1508,3	280,0
5	2688,4	1744,6	1206,6	224,0
6	2240,3	1453,8	1005,5	186,7
7	1920,3	1246,1	861,9	160,0

O partido A obteve 4 mandatos, o B 2 e C 1.

Se os partidos B e C tivessem concorrido coligados, simulemos a distribuição de mandatos.

	A	B+C	D
Divisores	13442,0	14756,0	1120,0
1	13442,0	14756,0	1120,0
2	6721,0	7378,0	560,0
3	4480,7	4918,7	373,3
4	3360,5	3689,0	280,0
5	2688,4	2951,2	224,0
6	2240,3	2459,3	186,7
7	1920,3	2108,0	160,0

Nesta simulação, o partido A ficaria com 3 mandatos – perderia um – e à coligação de B e C seriam atribuídos 4 mandatos – mais um do que se tivessem concorrido isoladamente. Claro que a presidência da câmara seria para a coligação por esta agora lhe ser atribuído o maior número de votos. A existência da coligação favorecerá os partidos que a constituíam.

1.2.

1.2.1. De acordo com o esclarecimento dado nesta pergunta, os partidos X e Y estão em situação de “empate técnico” se a diferença entre as estimativas pontuais, em valor absoluto, for inferior à margem de

erro; como $|41 - 39| = 2\%$ é menor do que 6% , estes dois partidos encontram-se em “*empate técnico*”.

1.2.2. Não. O facto de o partido X ter saído vencedor de forma alguma significa que a sondagem estivesse mal feita. As estimativas das percentagens de votos para os partidos X e Y foram, respectivamente, 39% e 41% com uma margem de erro de 6% , querendo isto dizer que para um nível de confiança de 95% , é de esperar que o partido X tenha entre 33% e 45% e o partido Y entre 35% e 47% . Portanto, mesmo que entre o momento das sondagens e o dia das eleições os eleitores não tenham mudado de opinião, a percentagem de votos em X aproximou-se do extremo direito (45%) do intervalo de confiança e a percentagem de votos em Y do extremo esquerdo (35%), saindo este último vencido.

1.2.3. Na fórmula que permite obter o intervalo com nível de confiança 95% para a proporção de votantes no partido X, sendo 39% a estimativa dessa proporção, a margem de erro obtém-se usando a expressão

$$1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{n}}$$

Para a margem de erro ser de 6% ($0,06$), a dimensão da amostra será um número próximo de 250 ;

$$1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{250}} \approx 0,06.$$

Se a margem de erro passar a metade da anterior, $0,03$, mantendo o nível de confiança, a dimensão da amostra terá de passar a ser um número próximo de 1000 . $1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{1000}} \approx 0,03$. É falso dizer que teria sido necessário inquirir o dobro das pessoas; a dimensão da amostra quadruplicou.

2.

2.1. Introduzindo os valores das variáveis a e p , ano da recolha de dados e p número de portugueses, em milhões, residentes em Portugal em duas listas do modo estatístico da calculadora, e procurando a regressão linear entre as duas variáveis, o coeficiente de correlação é aproximadamente igual a $0,988$.

O modelo linear construído, informa que o número de população residente em Portugal aumentou entre 1864 e 2000 ; os valores reais são *bem* interpretados pelos valores obtidos através do modelo linear apresentado, uma vez que os pontos do diagrama de dispersão estão próximos dos pontos da recta para os mesmos valores da variável a .

2.2. O modelo linear construído a partir dos dados é adequado para estimar o número de residentes em Portugal entre 1864 e 2000 ; claro que ainda é apropriado para obter valores aproximados dos portugueses residentes em Portugal em datas anteriores a 1864 e posteriores a 2000 , mas terão de ser números não muito afastados destas duas últimas datas mencionadas. Se o afastamento a 1864 e a 2000 for acentuado, o modelo deixa de ser apropriado por não ter sido obtido a partir de dados em anos exteriores ao intervalo entre 1864 e 2000 . Repare-se que em 1780 , por exemplo, o número de residentes em Portugal já seria negativo, $p(1780) = -0,044$; por outro lado, de acordo com o modelo linear a população crescerá sem limitações, o que não corresponde à realidade.

2.3. Comparem-se alguns números obtidos a partir do modelo linear, apresentado no enunciado da prova, com a previsão para a população portuguesa nas projecções do INE.

Ano (a)	População, em milhões (p)	
	a partir do modelo linear $p=0,0477a - 84,95$	projecções do INE
2010	10,927	10,626
2050	12,835	9,302

Os valores obtidos através do modelo linear para a população residente em Portugal, em 2010 , não se afastam das projecções apresentadas pelo INE. Ambos apontam para valores na ordem dos 10 milhões de habitantes; isto significa que, pelo menos, até 2010 se tem um modelo adequado para a evolução da população residente em Portugal. O mesmo já não se pode dizer para meados do século XXI; pelo modelo, uma vez que é linear, a população continuaria a aumentar, apresentando nessa data o valor de $12,835$ milhões, enquanto que as previsões do INE apontam para uma diminuição da população motivada pelo actual envelhecimento da população e pelos níveis de fecundidade abaixo do limiar de substituição de gerações.