
Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º/11.º anos ou 11.º/12.º anos de Escolaridade

Prova 835/1.ª Fase

12 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos

2008

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, desenhos ou outras representações, que podem ser primeiramente elaboradas a lápis, sendo, a seguir, passadas a tinta.

Utilize a régua, o compasso, o esquadro, o transferidor e a calculadora gráfica sempre que necessário.

Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escreva de forma legível a numeração dos grupos e/ou dos itens, bem como as respectivas respostas.

Para cada item, apresente apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente a(s) lista(s) que introduziu na calculadora para as obter quando estas não estão apresentadas no próprio enunciado.

As cotações dos itens encontram-se na página 10.

A prova inclui um Formulário nas páginas 11 e 12.

1. O senhor Silvino deixou uma herança, a ser distribuída, equitativamente, pelos seus únicos herdeiros: os filhos Pedro, Rita e Sofia. A herança é constituída por um apartamento e um terreno.

Pelo valor sentimental que nutrem pelos bens, os irmãos não os querem colocar à venda. Assim, decidem distribuir os bens, utilizando o seguinte método:

- cada herdeiro atribui, secretamente, um valor a cada um dos bens;
- seguidamente, são divulgados esses valores (que se apresentam na tabela abaixo).

Bens \ Herdeiros	Pedro	Rita	Sofia
Apartamento	€ 200 000	€ 210 000	€ 190 000
Terreno	€ 100 000	€ 90 000	€ 80 000

Tendo em conta os valores que cada herdeiro atribui a cada um dos bens, o método prossegue da seguinte forma:

- determina-se o valor global atribuído à herança por cada herdeiro e o valor da mesma que cada um considera justo receber ($\frac{1}{n}$ do valor atribuído à herança pelo herdeiro, sendo n o número de herdeiros);
- cada bem é atribuído ao herdeiro que mais o valoriza, e considera-se que ele recebe o valor que atribui ao respectivo bem;
- caso, por aplicação do procedimento anterior, um herdeiro não receba qualquer bem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que «valor dos bens recebidos» por esse herdeiro é zero euros;
- seguidamente, caso o valor dos bens recebidos por um herdeiro:
 - ultrapasse o valor da parte que este considera justo receber, o herdeiro disponibiliza, em dinheiro, o respectivo excedente;
 - não atinja o valor da parte que este considera justo receber, o herdeiro recebe, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta;
- após este procedimento, caso sobre dinheiro, este é distribuído em partes iguais por todos os herdeiros.

De acordo com o método acima descrito:

1.1. Indique quanto vale a herança para cada um dos herdeiros, bem como o valor que cada um deles considera justo receber.

1.2. Num pequeno texto, indique, justificando, se algum dos herdeiros pode ter razão para reclamar do resultado final da divisão, face ao que considerava justo receber.

O texto deve, obrigatoriamente, contemplar os pontos que a seguir se indicam:

- o valor da herança que cada herdeiro efectivamente recebeu;
- a comparação entre o valor da herança que cada um dos herdeiros considerava justo receber e o que efectivamente recebeu;
- a conclusão quanto à razão para algum herdeiro reclamar, ou não, do resultado final da divisão.

Comece por calcular como ficou distribuída a herança pelos três irmãos, determinando:

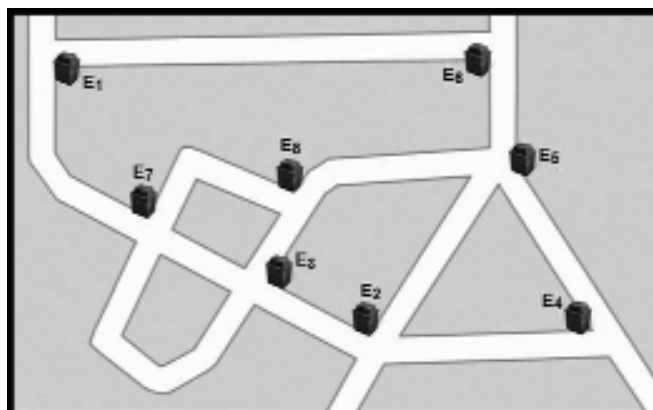
- a quem foi atribuído cada um dos bens;
- o valor, em dinheiro, que cada um dos herdeiros recebeu ou pagou, após a atribuição dos bens;
- o valor, em dinheiro, que cada um dos herdeiros efectivamente recebeu ou pagou, no final de todo o processo.

Na resposta a este item, quando for necessário proceder a arredondamentos, utilize duas casas decimais.

Caso não tenha respondido à questão 1.1., e somente neste caso, considere que o valor da herança que o Pedro, a Rita e a Sofia consideram justo receber é de € 100 000, € 99 000 e € 91 000, respectivamente.

2. Uma Câmara Municipal elaborou um contrato com a empresa *FUTUROLIMPO*, empresa especializada na recolha selectiva de resíduos.

Na figura, apresenta-se um «mapa» de uma zona residencial desse município, que possui oito espaços de recolha selectiva de resíduos (ecopontos). Os oito ecopontos estão representados por E_1 , E_2 , E_3 , E_4 , E_5 , E_6 , E_7 e E_8 .



Designa-se por «troço de rua» a ligação entre dois ecopontos adjacentes, isto é, o percurso que se efectua para ir de um desses ecopontos ao outro sem passar por mais nenhum.

- 2.1. Considere que o camião de recolha selectiva de resíduos que passa por essa zona residencial inicia o seu percurso no ecoponto E_4 e que o termina no ecoponto E_2 .

Admita que, em cada troço de rua, o camião pode estacionar junto de cada ecoponto, independentemente do sentido de circulação.

Indique um percurso, de E_4 a E_2 , para que o camião possa recolher os resíduos de todos os ecopontos, passando por cada um deles uma única vez.

Apresente o percurso na forma de uma sequência, utilizando as designações dos ecopontos.

- 2.2. Os moradores da mesma zona residencial reclamaram das condições de alguns troços de rua de acesso aos ecopontos. A Câmara Municipal decidiu enviar um funcionário especializado, para inspeccionar as condições dos mesmos.

Admita que o funcionário decidiu iniciar e terminar as suas inspecções junto do mesmo ecoponto. No entanto, ao analisar o «mapa» da zona em causa, concluiu que, para concretizar essa decisão, não tinha possibilidade de inspeccionar todos os troços de rua, passando por cada um deles uma única vez. Por isso, de forma a rendibilizar o tempo da inspecção, procurou encontrar um percurso cujo número de troços de rua a percorrer fosse o menor possível, garantindo o início e o fim da inspecção junto do mesmo ecoponto.

Num pequeno texto:

- indique, justificando, a razão que levou o funcionário a concluir da impossibilidade de inspeccionar todos os troços de rua, passando por cada um deles uma única vez, tendo em conta que ele pretende iniciar e terminar a inspecção junto do mesmo ecoponto;
- indique, ainda, um percurso que se inicie e termine no ecoponto E_2 e que permita ao funcionário inspeccionar todos os troços de rua, sendo o número de troços de rua a percorrer o menor possível. Apresente o percurso na forma de uma sequência, utilizando as designações dos ecopontos.

Comece, obrigatoriamente, por modelar, através de um grafo, o «mapa» da zona residencial apresentado, considerando que os vértices representam os ecopontos e que as arestas representam os troços de rua.

3. A empresa *FUTUROLIMPO* quis saber o tempo necessário para a recolha selectiva dos resíduos na zona residencial referida no item anterior. Para tal, seleccionou, aleatoriamente, uma amostra de 22 registos dos tempos necessários a essa recolha.

O diagrama de caule-e-folhas seguinte apresenta os 22 registos dos tempos, em minutos, que foram necessários para a recolha selectiva dos resíduos. No caule, consta o valor das dezenas e, nas folhas, o algarismo das unidades de cada registo.

8		6	6	7	7	7	9	9	
9		0	0	4	4	5	5	5	5
10		3	3	6	6	8			
11		1	6						

Tendo em conta os dados apresentados no diagrama de caule-e-folhas, relativos à amostra seleccionada, responda aos itens seguintes:

- 3.1. Recorrendo à calculadora, determine o valor da média (\bar{x}) e o valor do desvio padrão (s) do tempo necessário para a recolha selectiva dos resíduos.

Apresente o valor do desvio padrão arredondado às centésimas.

Apresente a(s) lista(s) que introduzir na calculadora, para obter as estatísticas solicitadas.

- 3.2. Determine a percentagem dos tempos necessários à recolha selectiva dos resíduos que pertencem ao intervalo $]\bar{x} - s, \bar{x} + s[$.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

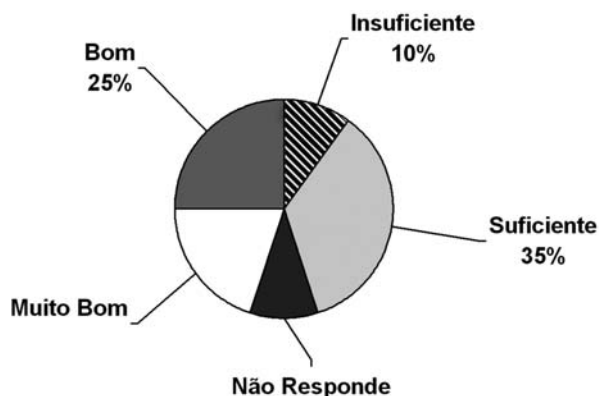
Caso não tenha respondido à questão 3.1., e somente neste caso, considere que $\bar{x} \approx 96,2$ minutos e $s \approx 8,99$ minutos.

4. No âmbito da disciplina de MACS, os alunos de uma turma da Escola Secundária *APRENDERMAIS* desenvolveram um trabalho de projecto que incluía um estudo sobre a intenção dos jovens da sua região, que frequentavam o ensino secundário, de prosseguirem os estudos, após terminarem esse nível de ensino.

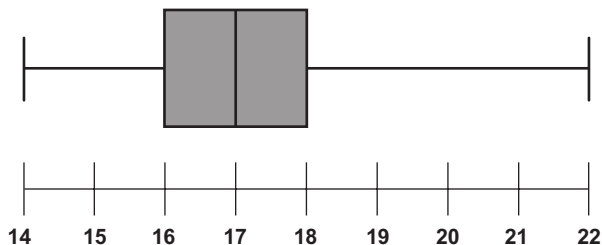
Para a recolha dos dados, elaboraram um inquérito e seleccionaram uma amostra aleatória, constituída por 300 jovens, representativa da população em estudo.

No trabalho, incluíram gráficos e tabelas, alguns dos quais se apresentam em seguida:

- o gráfico circular, que representa os dados recolhidos quanto à auto-avaliação do desempenho escolar dos alunos inquiridos



- o diagrama de extremos e quartis, que traduz os dados relativos à idade, em anos, dos alunos inquiridos



- a tabela, que apresenta os dados recolhidos quanto ao objectivo do estudo (conhecer a intenção dos jovens da região, que frequentavam o ensino secundário, de prosseguirem os estudos, após terminarem este nível de ensino).

Sexo	Intenção de prosseguimento de estudos		
	Deseja	Não deseja	Total
Feminino	130	34	164
Masculino	90	46	136
Total	220	80	300

- 4.1. No gráfico circular, não constam as percentagens referentes a «*Muito Bom*» e «*Não Responde*», mas, no trabalho, refere-se que a percentagem de alunos que se auto-avaliaram com «*Muito Bom*» é o dobro da percentagem de alunos que responderam «*Insuficiente*».

Determine a percentagem de alunos inquiridos que não responderam à questão relativa à auto-avaliação do desempenho escolar.

- 4.2. Com base nos dados representados no diagrama de extremos e quartis, indique, justificando, se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação: «50% dos alunos inquiridos têm 18 ou mais anos de idade».

- 4.3. Tendo em conta os dados apresentados na tabela, qual é a probabilidade de, escolhido um jovem ao acaso de entre os inquiridos, este ser uma rapariga e desejar prosseguir estudos?

Apresente o resultado na forma de fracção.

- 4.4. Com base nos dados apresentados na tabela, construa um intervalo com uma confiança de 99% para a proporção de jovens que, estando a frequentar o ensino secundário numa escola dessa região, desejam prosseguir estudos após terminarem este nível de ensino.

Nos cálculos intermédios, caso proceda a arredondamentos, utilize quatro casas decimais.

Relativamente aos valores dos extremos do intervalo, apresente-os arredondados às milésimas.

- 4.5. No estudo realizado pelos alunos observou-se, ainda, que as razões apresentadas pelos 220 jovens inquiridos – dos quais 130 são raparigas – que mostraram desejo de prosseguir os estudos, após terminarem o ensino secundário, foram:

Razão A – «A importância da obtenção da licenciatura para a concretização da sua vocação profissional».

Razão B – «A valorização monetária da futura profissão».

Razão C – «A satisfação da vontade dos pais».

No grupo dos jovens inquiridos que revelaram intenção de prosseguir os estudos, após terminarem o ensino secundário, verificou-se que cada um deles apresentou apenas uma das razões acima enunciadas e que:

- entre as raparigas, 70% apresentaram a razão A e 20% a razão B;
- entre os rapazes, 40% apresentaram a razão B e 10% a razão C.

Escolheu-se, ao acaso, um desses jovens que desejam prosseguir os estudos.

Qual é a probabilidade de o jovem ser rapaz, sabendo-se que apresentou a razão A?

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, utilize três casas decimais.

FIM

COTAÇÕES

1.	43 pontos
1.1.	9 pontos
1.2.	34 pontos
2.	50 pontos
2.1.	15 pontos
2.2.	35 pontos
3.	25 pontos
3.1.	15 pontos
3.2.	10 pontos
4.	82 pontos
4.1.	10 pontos
4.2.	12 pontos
4.3.	10 pontos
4.4.	20 pontos
4.5.	30 pontos
<hr/>	
TOTAL	200 pontos

Formulário

Teoria Matemática das Eleições

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral respectivo; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série.

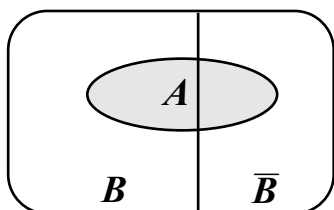
Modelos de Grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo admita circuitos de Euler

Um grafo admite circuitos de Euler se e só se é conexo e todos os seus vértices são de grau par.

Probabilidades

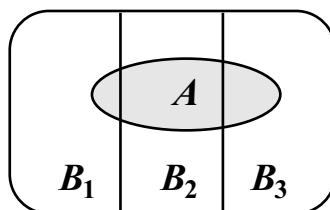
Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ = P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$$

$$P(B_k | A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3.

Formulário (cont.)

Intervalos de Confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável.

$$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$$

n - dimensão da amostra
 \bar{x} - média amostral
 σ - desvio padrão da variável
 z - valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30.

$$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

n - dimensão da amostra
 \bar{x} - média amostral
 s - desvio padrão amostral
 z - valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30.

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$$

n - dimensão da amostra
 \hat{p} - proporção amostral
 z - valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º/11.º anos ou 11.º/12.º anos de Escolaridade

Prova 835/1.ª Fase

13 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos

2008

COTAÇÕES

1.	43 pontos
1.1.	9 pontos
1.2.	34 pontos
2.	50 pontos
2.1.	15 pontos
2.2.	35 pontos
3.	25 pontos
3.1.	15 pontos
3.2.	10 pontos
4.	82 pontos
4.1.	10 pontos
4.2.	12 pontos
4.3.	10 pontos
4.4.	20 pontos
4.5.	30 pontos
TOTAL	200 pontos

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DA PROVA

As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros e resultam da aplicação dos critérios de classificação relativos a cada tipologia de itens:

Itens de resposta fechada curta

A classificação é atribuída de acordo com os elementos de resposta solicitados e apresentados.

Itens de resposta aberta

Os critérios de classificação dos itens de resposta aberta apresentam-se organizados por etapas e/ou níveis de desempenho.

A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a quinze pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos:

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de rigor de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No quadro seguinte, apresentam-se critérios de classificação a aplicar às respostas aos itens, em situações não consideradas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Engano na identificação do item a que o examinando está a responder.	Deve ser vista e classificada a resposta se, pela resolução apresentada, for possível identificar inequivocamente o item.
2. Omissão da identificação do item a que o examinando está a responder.	
3. Existência de várias respostas ao mesmo item sem o examinando indicar, de forma inequívoca, aquela que pretende que seja classificada.	Deve ser vista e classificada apenas a resposta que surge em primeiro lugar, na folha de respostas.
4. Existência de elementos de resposta irrelevantes, mas que não contradizem os elementos de resposta relevantes.	Os elementos de resposta irrelevantes devem ser ignorados para efeitos de classificação.
5. Existência de elementos de resposta irrelevantes, mas que contradizem os elementos de resposta relevantes.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
6. Ilegibilidade da resposta.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
7. Utilização de processos de resolução do item não previstos nos critérios específicos.	Deve ser aceite qualquer processo de resolução cientificamente correcto, ainda que não esteja previsto nos critérios específicos de classificação ou contemplado no Programa da disciplina. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
8. Utilização de processos de resolução do item que não respeitam as instruções dadas. [Exemplos: «usando métodos analíticos», «recorrendo à calculadora gráfica».]	Devem ser classificadas com zero pontos as respostas em que não é respeitada a instrução, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
9. Apresentação do resultado correcto na resposta, mas com metodologia de resolução incorrecta ou ausente.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
10. Item com etapas.	Em cada etapa correctamente resolvida, a resposta deve ser classificada com a respectiva cotação. A classificação da resposta ao item resulta da soma algébrica das classificações, obtidas em cada etapa, a qual poderá ser desvalorizada de acordo com os critérios gerais e/ou específicos de classificação.
11. Etapa com passos.	Em cada passo correctamente resolvido, a resposta deve ser classificada com a respectiva cotação. A classificação na etapa resulta da soma algébrica das classificações dos diferentes passos.
12. Item ou etapa cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho.	O classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas, não podendo atribuir uma classificação diferente das cotações indicadas.

Situação	Classificação
13. Não são apresentados, explicitamente, todos os passos previstos nos critérios específicos, mas a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que eles foram percorridos.	Deve(m) ser classificado(s) o(s) passo(s) implícito(s), de acordo com os critérios específicos de classificação.
14. Erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	Deve ser desvalorizada, pelo menos, metade da classificação da etapa em que o erro ocorre.
15. Apresentação apenas do resultado final como resposta ao item, quando a respectiva resolução exige cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos à resposta ao item, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
16. Apresentação apenas do resultado final de uma etapa, quando a respectiva resolução exige cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos nessa etapa, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação. Nas etapas subsequentes, as respostas devem ser classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
17. O resultado final apresentado não respeita a forma solicitada no enunciado do item. [Exemplos: é pedido o resultado em percentagem; é pedido o resultado na forma de fracção; é pedido o resultado na forma de dízima.]	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação na etapa correspondente ao resultado final, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
18. O resultado final apresenta um número de casas decimais diferente do solicitado no enunciado do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta.
19. O resultado final está mal arredondado, mas cumpre o número de casas decimais solicitado no enunciado do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta.
20. Na apresentação do resultado final, não está expressa a unidade de grandeza. [Exemplo: «15» em vez de «15 metros».]	Na etapa relativa ao resultado final, a resposta é classificada como se a unidade de medida estivesse indicada, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
21. Apresentação de, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado ou que não está de acordo com a instrução dada no enunciado do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
22. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta, excepto: <ul style="list-style-type: none"> - se as incorrecções ocorrerem em etapas já classificadas com zero pontos; - no caso de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido utilizado o símbolo de igualdade aproximada.
23. Transposições erradas de dados do enunciado, que não alteram o grau de dificuldade do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta.
24. Erro ocasional num cálculo, que não altera o grau de dificuldade do item.	
25. Erro na resolução de uma etapa, que não altera o grau de dificuldade do item, estando todas as etapas subsequentes correctamente resolvidas de acordo com o erro cometido.	Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido. Nas etapas subsequentes, as respostas devem ser classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação.

Situação	Classificação
<p>26. Concretização de um valor para uma etapa por não a ter conseguido resolver, mas que não altera o grau de dificuldade do item.</p>	<p>Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>Nas etapas subsequentes, as respostas devem ser classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação.</p>
<p>27. Transposição incorrecta de dados do enunciado ou erro na resolução de uma etapa, que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes que estão correctamente resolvidas de acordo com o erro cometido.</p>	<p>Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>Cabe ao examinador decidir a classificação a atribuir em cada uma das etapas subsequentes, não devendo a classificação máxima a atribuir nestas etapas ser superior a 70% da cotação indicada nos critérios específicos de classificação.</p>
<p>28. Transposição incorrecta de dados do enunciado ou erro na resolução de uma etapa, que diminua significativamente o grau de dificuldade das etapas subsequentes que estão correctamente resolvidas de acordo com o erro cometido.</p>	<p>Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>A classificação máxima a atribuir em cada uma das etapas subsequentes não deverá exceder metade da cotação indicada nos critérios específicos de classificação.</p>

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. **9 pontos**

Valor atribuído à herança por cada um dos herdeiros	3
Valor atribuído à herança pelo Pedro (€ 300 000)	1
Valor atribuído à herança pela Rita (€ 300 000)	1
Valor atribuído à herança pela Sofia (€ 270 000)	1
Valor que cada herdeiro considera justo receber	6
Valor que o Pedro considera justo receber (€ 100 000)	2
Valor que a Rita considera justo receber (€ 100 000)	2
Valor que a Sofia considera justo receber (€ 90 000)	2

1.2. **34 pontos**

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta para:

– o cálculo de como ficou distribuída a herança pelos três irmãos.

	Pedro	Rita	Sofia
Parte justa da herança	€ 100 000	€ 100 000	€ 90 000
Bens atribuídos	Terreno	Apartamento	—
Valor recebido ou pago após a atribuição dos bens	€ (100 000 – 100 000) = € 0	€ (100 000 – 210 000) = € – 110 000	€ 90 000
1/3 do dinheiro sobranter*	€ 6 666,67	€ 6 666,67	€ 6 666,67
Valor em dinheiro recebido ou pago no final do processo	€ 6 666,67	€ (–110 000 + 6 666,67) = € –103 333,33	€ (90 000 + 6 666,67) = € 96 666,67

* Dinheiro sobranter = € 110 000 – € 90 000 = € 20 000.

– a justificação solicitada:

Aplicando o método descrito, no final do processo:

- o Pedro recebe o terreno e uma quantia de 6 666,67 euros, tudo num valor, de acordo com a sua avaliação pessoal, de 106 666,67 euros (€ 100 000 + € 6 666,67);
- a Rita recebe o apartamento e paga 103 333,33 euros, pelo que o valor da herança recebido (em bens e/ou dinheiro), de acordo com a sua avaliação pessoal, é de 106 666,67 euros (€ 210 000 – € 103 333,33);
- a Sofia recebe em dinheiro a quantia de 96 666,67 euros (€ 90 000 + € 6 666,67).

Comparando o valor da herança que cada herdeiro efectivamente recebeu com a parte que cada um considerava justo receber, todos os herdeiros receberam mais 6 666,67 euros.

Portanto, nenhum herdeiro pode ter razão para reclamar do resultado final da divisão, pois todos recebem mais do que consideravam justo receber.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo acima ilustra, para que a resposta possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- cálculo de como ficou distribuída a herança pelos três irmãos;
- justificação solicitada:
 - indicação do valor da herança que cada herdeiro efectivamente recebeu;
 - comparação entre o valor da herança que cada um dos herdeiros considerava justo receber e o que efectivamente recebeu;
 - conclusão quanto à razão para algum herdeiro reclamar, ou não, do resultado final da divisão.

Cálculo de como ficou distribuída a herança pelos três irmãos (ver nota 1)	19
Atribuição dos bens (1 + 1).....	2
Valor, em dinheiro, que cada herdeiro recebeu ou pagou, após a atribuição dos bens	8
Valor recebido pelo Pedro	2
Valor pago pela Rita	4
Valor recebido pela Sofia	2
Valor, em dinheiro, que cada um dos herdeiros efectivamente recebeu ou pagou no final de todo o processo	9
Valor do dinheiro sobranete.....	3
Cálculo da terça parte do dinheiro sobranete	3
Valor recebido/pago por cada um dos herdeiros no final deste processo (1 + 1 + 1)	3
Justificação solicitada	15

A classificação a atribuir à justificação deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho (**ver notas 2, 3 e 4**).

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis*		
			1	2	3
Níveis	3	Contempla correctamente os três pontos.	13	14	15
	2	Contempla correctamente dois pontos.	9	10	11
	1	Contempla correctamente um ponto.	5	6	7

* Descritores apresentados no primeiro quadro constante nos Critérios gerais de classificação da prova.

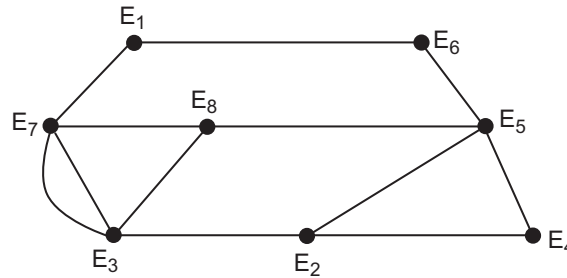
Notas:

1. Devem ser aplicados os critérios de classificação descritos, para quaisquer valores obtidos pelo examinando no item 1.1., bem como se este utilizar os valores facultados no enunciado deste item.
2. Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.
3. No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Nesse caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.
4. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos critérios, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo mais elevado dos dois em causa.

2.1.	15 pontos
Resposta solicitada (E ₄ E ₅ E ₆ E ₁ E ₇ E ₈ E ₃ E ₂)	15

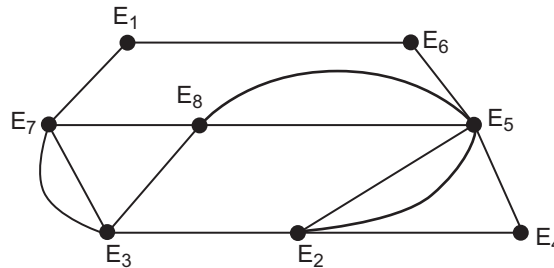
Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

Um grafo que representa a situação descrita é, por exemplo:



Iniciando e terminando a inspeção junto do mesmo ecoponto, o funcionário concluiu que não conseguia inspecionar todos os troços de rua, passando por cada um deles uma única vez, pois trata-se de averiguar se um grafo que modele a situação descrita admite um circuito de Euler. Ora, sabe-se que a condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita tal circuito é a de que todos os seus vértices tenham grau par. Como existem vértices de grau ímpar (vértices E_2 e E_8), o funcionário teria de repetir, pelo menos, um troço de rua.

Assim, averiguando qual o percurso a escolher para que o número de troços de rua a percorrer fosse o menor possível, bastava repetir apenas dois troços de rua, por exemplo, o caminho que une os ecopontos (vértices) E_2 e E_5 e o caminho que une os ecopontos E_5 e E_8 .



De facto, procedendo à eulerização do grafo, obtém-se um grafo que modela a nova situação descrita e que, além de ser conexo, tem todos os seus vértices de grau par, pelo que é possível percorrer todos os troços de rua (arestas) deste novo grafo, sem repetir nenhum troço de rua, começando e terminando o percurso num mesmo vértice.

Por exemplo, conforme solicitado, um percurso possível, começando e terminando no ecoponto (vértice) E_2 , será: $E_2 E_4 E_5 E_6 E_1 E_7 E_3 E_7 E_8 E_3 E_2 E_5 E_8 E_5 E_2$.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo acima ilustra, para que a resposta possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- apresenta um grafo que modela a situação descrita;
- apresenta a justificação solicitada.

Apresenta um grafo que modela a situação	10
Justificação solicitada	25

A classificação a atribuir à justificação deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho (**ver notas 1, 2 e 3**).

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
Níveis	6	Justifica, correctamente, a conclusão do funcionário. Indica, correctamente, quais as duas arestas a duplicar. Indica, correctamente, um circuito euleriano que inicia e termina no vértice E_2 .	22	24	25
	5	Justifica, correctamente, a conclusão do funcionário. Indica, correctamente, quais as duas arestas a duplicar. Indica um circuito euleriano que inicia e termina no vértice E_2 , apresentando somente uma incorrecção.	18	20	21
	4	Justifica, correctamente, a conclusão do funcionário. Indica, correctamente, quais as duas arestas a duplicar. OU Não justifica a conclusão do funcionário ou a justificação apresentada está incorrecta. Indica, correctamente, um circuito euleriano que inicia e termina no vértice E_2 .	14	16	17
	3	Justifica, correctamente, a conclusão do funcionário. Indica, correctamente, apenas uma das duas arestas a duplicar. OU Não justifica a conclusão do funcionário ou a justificação apresentada está incorrecta. Indica um circuito euleriano que inicia e termina no vértice E_2 , apresentando somente uma incorrecção.	10	12	13
	2	Somente justifica, correctamente, a conclusão do funcionário. OU Não justifica a conclusão do funcionário ou a justificação apresentada está incorrecta. Indica, correctamente, quais as duas arestas a duplicar.	6	8	9
	1	Não justifica a conclusão do funcionário ou a justificação apresentada está incorrecta. Indica, correctamente, apenas uma das duas arestas a duplicar.	2	4	5

* Descritores apresentados no primeiro quadro constante nos Critérios gerais de classificação da prova.

Notas:

1. Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.
2. No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Nesse caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.
3. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos critérios, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo mais elevado dos dois em causa.

3.1. 15 pontos

- Apresenta a(s) lista(s) para obter o valor das medidas solicitadas (**ver nota 1**) 8
 Média amostral ($\bar{x} = 96$ minutos) (**ver notas 2 e 3**) 3
 Desvio padrão amostral ($s \approx 8,98$ minutos) (**ver notas 2, 3 e 4**) 4

Notas:

1. Apresenta-se, a seguir, um exemplo de listas a introduzir na calculadora, para obter o valor das medidas solicitadas.

Tempos	Frequência absoluta
86	2
87	3
89	2
90	2
94	2
95	4
103	2
106	2
108	1
111	1
116	1

2. Caso o examinando não apresente a unidade de grandeza para a média amostral e/ou para o desvio padrão amostral, desvalorizar em um ponto a classificação da resposta ao item.
 3. Esta etapa deve ser considerada correcta, caso esteja de acordo com a(s) lista(s) apresentada(s) pelo examinando.
 4. Caso o examinando apresente o valor do desvio padrão populacional ($\sigma \approx 8,77$ minutos), a resposta a esta etapa deve ser considerada correcta e classificada com a cotação indicada.

Observação: Caso o examinando determine correctamente os valores solicitados utilizando processos analíticos, não deve ser desvalorizada a classificação da resposta.

3.2. 10 pontos

- Identifica o intervalo $]\bar{x} - s, \bar{x} + s[$ ($]87,02; 104,98[$) (**ver notas 1 e 2**) 2
 Contabiliza os valores pertencentes ao intervalo $]87,02; 104,98[$ (12) 3
 Cálculo do valor da percentagem solicitada $\left(\frac{12 \times 100}{22}\right)$ 3
 Resultado solicitado (aproximadamente 55%) (**ver nota 3**) 2

Notas:

1. Não é necessário que o examinando apresente o intervalo; poderá apenas indicar o valor de cada um dos seus extremos.
 2. Devem ser aplicados os critérios de classificação descritos, para quaisquer valores obtidos pelo examinando no item 3.1., bem como se este utilizar os valores facultados no enunciado deste item.
 3. Caso o examinando não apresente o resultado na forma solicitada, deve ser atribuída a classificação de zero pontos nesta etapa.

4.1. 10 pontos

Percentagem de inquiridos que se autopsicionaram em « <i>Muito Bom</i> » (20%)	3
Cálculo da percentagem de inquiridos que responderam à questão ((25 + 10 + 35 + 20)% = 90%)	3
Resposta solicitada (10% dos inquiridos)	4

4.2. 12 pontos

A afirmação «50% dos alunos inquiridos têm 18 ou mais anos de idade» seria verdadeira caso fosse verificada por qualquer amostra satisfazendo as condições apresentadas. Como há amostras que a invalidam, a afirmação «50% dos alunos inquiridos têm 18 ou mais anos de idade» é falsa.

A classificação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Responde «Falsa» e justifica coerentemente	12
Responde «Falsa», mas não justifica, ou justifica incorrectamente	2
Responde «Verdadeira» e apresenta uma justificação coerente com o diagrama de extremos e quartis apresentado	11
Apresenta outra resposta	0

4.3. 10 pontos

Valor da probabilidade solicitada $\left(\frac{13}{30}$ ou fracção equivalente)	10
Identifica o número de casos favoráveis (130)	3
Identifica o número de casos possíveis (300)	5
Resposta solicitada	2

4.4. 20 pontos

Identifica os valores de \hat{p} , z e n do intervalo $\left] \hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$ 14

$\hat{p} = \frac{11}{15}$ (ou fracção equivalente) (**ver nota**)..... 8

Identifica o número de casos favoráveis (220)

Identifica o número de casos possíveis (300)

Valor do parâmetro \hat{p}

$z = 2,576$

$n = 300$

Intervalo de confiança $\left(]0,668; 0,799 [\right)$ (3+3)

Nota: O examinando pode apresentar o valor de \hat{p} na forma de dízima.

Esta questão pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo:

Designemos por F o acontecimento «ser rapariga», por M o acontecimento «ser rapaz» e por A o acontecimento «ter apresentado a razão A».

- Identifica a probabilidade solicitada como sendo $P(M | A)$ 5
- Cálculo de $P(F)$ 5
 - Identifica o número de casos favoráveis (130) 2
 - Identifica o número de casos possíveis (220) 2
 - Valor de $P(F)$ $\left(\frac{13}{22}$ ou fracção equivalente) (ver nota 1) 1
- Cálculo de $P(M)$ 5
 - Identifica o número de casos favoráveis (90) 2
 - Identifica o número de casos possíveis (220) 2
 - Valor de $P(M)$ $\left(\frac{9}{22}$ ou fracção equivalente) (ver nota 1)..... 1
- Identifica que $P(A | F) = 0,7$ 2
- Cálculo de $P(A | M) = 1 - (0,4 + 0,1) = 0,5$ 6
- Cálculo do valor da probabilidade solicitada $\left(P(M | A) = \frac{\frac{9}{22} \times 0,5}{\frac{9}{22} \times 0,5 + \frac{13}{22} \times 0,7}\right)$... 5
- Resultado solicitado ($\approx 0,33$) (ver nota 2)..... 2

Observação: Caso o examinando apresente a resolução deste item recorrendo a um diagrama de árvore, indicando nos respectivos ramos as probabilidades necessárias ao cálculo da probabilidade solicitada, a classificação a atribuir deve estar de acordo com os critérios específicos indicados neste 1.º processo.

2.º Processo:

Designemos por F o acontecimento «ser rapariga», por M o acontecimento «ser rapaz» e por A o acontecimento «ter apresentado a razão A».

- Identifica a probabilidade solicitada como sendo $P(M | A)$ 5
- Cálculo do número de raparigas inquiridas que manifestaram desejo de prosseguir estudos e apresentaram a razão A ($0,7 \times 130 = 91$) 5
- Cálculo da percentagem de rapazes inquiridos que manifestaram desejo de prosseguir estudos e apresentaram a razão A ($100\% - (10 + 40)\% = 50\%$) 6
- Cálculo do número de rapazes inquiridos que manifestaram desejo de prosseguir estudos e apresentaram a razão A ($0,5 \times 90 = 45$) 5
- Cálculo do número de inquiridos que apresentaram a razão A ($91 + 45 = 136$) 2

Cálculo do valor da probabilidade solicitada	5
Identifica o número de casos favoráveis (45)	2
Identifica o número de casos possíveis (136)	2
Valor da probabilidade solicitada $\left(P(M A) = \frac{45}{136}\right)$ (ver nota 1) ..	1
Resultado solicitado ($\approx 0,33$) (ver nota 2).....	2

Observação: Caso o examinando apresente a resolução deste item recorrendo a uma tabela, indicando nesta os valores necessários ao cálculo da probabilidade solicitada, a classificação a atribuir deve estar de acordo com os critérios específicos indicados neste 2.º processo.

Notas:

1. O examinando pode apresentar o valor da probabilidade na forma de dízima.
2. Caso o examinando não apresente o resultado na forma solicitada, deve ser atribuída a classificação de zero pontos nesta etapa.