

**PROVA 835/13 Págs.**

# **EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

**10.º/11.º ou 11.º/12.º Anos de Escolaridade**

**(Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)**

**Duração da prova: 150 minutos  
2007**

**1.ª FASE**

**PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS**

---

Identifique claramente os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta (excepto nas respostas que implicam a elaboração de construções, desenhos ou outras representações).

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

As cotações da prova encontram-se na página 11.

A prova inclui um formulário (páginas 12 e 13).

Pode utilizar material de desenho (régua, compasso, esquadro e transferidor) e calculadora gráfica.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a 15 pontos, cerca de 10% da cotação é atribuída à comunicação escrita em língua portuguesa.

Em todos os itens da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma única resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada (riscando a(s) que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. Numa Assembleia-geral de uma federação desportiva, na qual estavam presentes representantes de várias regiões do país, foi decidida a forma de representação regional em futuras assembleias-gerais, de acordo com os seguintes princípios:

- o número de representantes de cada região na assembleia-geral deveria estar de acordo com o número de praticantes federados existentes nessa região;
- o número total de representantes na Assembleia seria 50;
- seria utilizado o método de Hamilton para distribuir os representantes pelas várias regiões.

Segundo o método de Hamilton, a distribuição dos representantes pelas várias regiões faz-se da seguinte forma:

- calcula-se o «Divisor Padrão» (DP), dividindo o número total de praticantes federados (TP) pelo número total de representantes a atribuir (R). O divisor padrão é, portanto, o número de praticantes por cada representante;
- a seguir, calcula-se a «Quota Padrão» (QP) para cada uma das regiões, dividindo o número de praticantes federados dessa região pelo divisor padrão;
- a cada região é atribuído, inicialmente, um número de representantes igual à parte inteira da respectiva quota padrão. Cada uma dessas partes inteiras designa-se por «Quota Inferior» (QI) da região. Se o número de representantes distribuídos for igual ao número total de representantes a distribuir (R), o processo termina;
- caso ainda restem representantes por distribuir, ordenam-se, por ordem decrescente, as partes decimais das várias quotas padrão e atribuem-se os representantes que restam (um para cada região) às regiões que tiverem partes decimais maiores;
- Na atribuição do último representante, se houver duas regiões com a mesma parte decimal, atribui-se o último representante à região com menor número de representantes.

Na tabela abaixo, estão indicados os números de praticantes das várias regiões representadas na Assembleia-geral.

REGIÕES	NÚMERO DE PRATICANTES
Minho	561
Beiras	345
Alentejo	120
Ribatejo	870
Algarve	310
TOTAL	2 206

1.1. Copie para a sua folha de prova a tabela a seguir apresentada e, depois, complete-a.

Calcule o divisor padrão com **três casas decimais** e utilize-o para calcular as quotas padrão com **três casas decimais**.

REGIÕES	NÚMERO DE PRATICANTES (P)	QUOTA PADRÃO (P : DP)	QUOTA INFERIOR (QI)	PARTE DECIMAL
Minho	561			
Beiras	345			
Alentejo	120			
Ribatejo	870			
Algarve	310			

2 206	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES (TP)
50	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR (R)
	DIVISOR PADRÃO (DP = TP : R)

1.2. Determine o número de representantes de cada região nas assembleias-gerais, de acordo com a aplicação do método de Hamilton.

**1.3.** Dirigentes desportivos da Região Autónoma da Madeira pretendem que a sua região, com 130 praticantes federados, tenha também representantes na Assembleia-geral. Face à situação, foi decidido alterar para 53 o número total de representantes, tendo em conta o aumento do número de regiões representadas.

**1.3.1.** A tabela seguinte representa a situação da referida federação com as suas seis regiões.

REGIÕES	NÚMERO DE PRATICANTES ( <i>P</i> )	QUOTA PADRÃO ( <i>P : DP</i> )	QUOTA INFERIOR ( <i>QI</i> )	PARTE DECIMAL
Minho	561			
Beiras	345			
Alentejo	120			
Ribatejo	870			
Algarve	310			
Madeira	130			

2 336	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES ( <i>TP</i> )
53	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR ( <i>R</i> )
	DIVISOR PADRÃO ( $DP = TP : R$ )

Copie para a sua folha de prova a tabela acima apresentada e complete-a.

Calcule o divisor padrão com **três casas decimais** e utilize-o para calcular as quotas padrão com **três casas decimais**.

**1.3.2.** Depois de completar a tabela anterior, elabore um texto sobre a distribuição dos representantes das seis regiões na Assembleia-geral.

**O texto deve incluir:**

- uma alusão à opção de o número de delegados passar de 50 para 53, relacionando-o com o novo divisor padrão;
- uma comparação, região a região, do número de representantes nos dois cenários (antes e após a entrada da Madeira) e um comentário sobre se alguma região terá razões para se sentir prejudicada pela entrada da região da Madeira na federação.

2. O imposto sobre os rendimentos de pessoas singulares (IRS) é definido de forma que sejam aplicadas taxas de imposto mais altas às famílias com rendimentos que se enquadram nos escalões mais elevados. Para calcular o imposto a pagar por uma determinada família, num certo ano, é necessário calcular o «rendimento colectável» e a «colecta» relativos a essa família.

O «rendimento colectável» é a parte do rendimento global auferido por um contribuinte, durante um ano, sujeita a imposto. No caso de um casal sem filhos, o rendimento colectável é calculado dividindo por dois a soma dos rendimentos do marido e da mulher, no ano considerado. Na tabela seguinte, são apresentados os escalões, os rendimentos colectáveis, as taxas correspondentes e, na última coluna, um montante em euros denominado «Parcela a abater».

A «colecta» é o imposto a pagar, caso não haja deduções a fazer.

Os escalões de rendimento colectável e as respectivas taxas, para os contribuintes residentes no Continente, em 2005, eram:

Escalões	Rendimento colectável (em euros)	Taxa (em %)	Parcela a abater (em euros)
1	Até 4 351	10,5	0,00
2	De 4 351,01 até 6 581	13,0	108,78
3	De 6 581,01 até 16 317	23,5	799,78
4	De 16 317,01 até 37 528	34,0	2 513,06
5	De 37 528,01 até 54 388	36,5	3 451,26
6	Mais de 54 388	40,0	5 354,82

A seguir apresenta-se o procedimento simplificado para o cálculo do imposto a pagar por casais sem filhos. Trata-se de um exemplo em que o rendimento global do casal é de € 80 000 (soma dos rendimentos do marido e da mulher), ao qual corresponde um rendimento colectável de € 40 000, e que se encontra, portanto, no quinto escalão.

Cálculo do rendimento global do casal:

- Contribuinte A (marido), com um rendimento total de € 45 000.
- Contribuinte B (mulher), com um rendimento total de € 35 000.
- O rendimento global deste casal é € 80 000 (€ 45 000 + € 35 000).

Cálculo do rendimento colectável:

- O rendimento colectável é € 40 000 (80 000 : 2).

Cálculo da colecta do casal:

- Consultar a tabela anterior e verificar em que escalão se encontra o rendimento colectável (taxa a aplicar: 36,5%; parcela a abater: € 3 451,26);
- Aplicar a taxa de imposto ao rendimento colectável do casal:  
 $€ 40 000 \times 0,365 = € 14 600$ ;
- Subtrair, do valor anteriormente obtido, a parcela a abater:  
 $€ 14 600 - € 3 451,26 = € 11 148,74$ ;
- A colecta do casal obtém-se multiplicando por 2 o valor anterior:  
 $€ 11 148,74 \times 2 = € 22 297,48$ .

Cálculo do IRS:

- IRS = colecta – deduções = € 22 297,48.

Neste caso simplificado, como não existem deduções a fazer, a colecta coincide com o valor do IRS.

Nos itens **2.1.** e **2.2.**, sempre que for necessário proceder a arredondamentos, utilize **duas casas decimais**.

- 2.1.** Em 2005, o rendimento global de dois contribuintes casados, o Rui e a Luísa, foi de € 20 950, dado que os rendimentos do Rui foram € 10 950 e os da Luísa € 10 000.

Determine o correspondente valor de IRS que este casal pagou, relativo ao ano de 2005, admitindo que não houve quaisquer deduções a fazer à colecta e utilizando o procedimento simplificado apresentado na página anterior.

- 2.2.** Em Dezembro de 2005, o Manuel e a Joana verificaram que o rendimento global do casal, nesse ano, era de € 13 000. Os rendimentos da Joana foram € 12 500 e os do Manuel € 500. Foi-lhes proposto prestarem um serviço, no Natal desse ano, pelo qual receberiam a quantia de € 1 000. O Manuel, após consultar a tabela das taxas de IRS, resolveu não aceitar o serviço, dizendo à Joana que «não queria perder dinheiro, dado que passariam do escalão de 13% para o de 23,5%».

Escreva um pequeno texto mostrando que o Manuel não tem razão. Apoie os seus argumentos em cálculos do IRS, com e sem a prestação do referido serviço. Suponha que o casal não estava sujeito, naquele ano, a quaisquer deduções à colecta. Utilize o procedimento simplificado anteriormente apresentado.

**O texto deve incluir:**

- o cálculo do IRS com a prestação do serviço, no Natal;
- o cálculo do IRS sem a prestação do serviço, no Natal;
- a comparação dos rendimentos e uma conclusão.

3. Num dos muitos *sites* em que se joga xadrez *online*, na *internet*, a entrada de um jogador é condicionada pelo gestor do *site*, com probabilidade fixa igual a 0,8, em cada tentativa de entrada na sala de jogo.

3.1. Com base neste número, calcule o valor exacto da probabilidade de um candidato conseguir entrar na sala de jogo **apenas** à terceira tentativa.

3.2. Para confirmar a probabilidade de um jogador entrar na sala à primeira tentativa, um utilizador do *site* fez um inquérito, por amostragem, onde perguntava aos frequentadores **presentes** na sala se tinham conseguido entrar à primeira tentativa. Um dos inquiridos, especialista em estatística, referiu que a concepção da amostragem estava errada.

Escreva uma pequena composição em que analise o parecer do especialista, esclarecendo de que forma esta restrição do universo dos inquiridos pode alterar o resultado do inquérito.

**O texto deve incluir:**

- uma alusão à restrição do universo dos inquiridos aos frequentadores que tenham conseguido aceder ao *site*;
- uma alusão à escolha de um outro universo, incidindo sobre todos os jogadores que tentassem aceder ao *site*, independentemente de terem conseguido entrar ou não;
- uma conjectura de como a escolha do primeiro universo pode afectar o valor estimado de 0,8 como probabilidade de entrar no *site* à primeira tentativa.

3.3. Com base no parecer do especialista de estatística utilizado na questão anterior, foi decidido estender o inquérito ao universo de todas as pessoas que tentaram aceder ao *site*. Em conformidade, numa amostra com 50 inquiridos, o número de respostas «Sim» à pergunta «Conseguiu entrar à primeira tentativa?» foi 39.

Com base nestes resultados, construa um intervalo com uma confiança de 95% para a proporção de pessoas que, efectivamente, conseguiram entrar à primeira tentativa.

Nos cálculos intermédios, utilize **quatro casas decimais**. Relativamente aos extremos do intervalo, apresente-os **arredondados às milésimas**.

- 3.4.** O gestor do *site* decidiu estudar a evolução do número de jogadores de xadrez, desde o lançamento do *site* até à sexagésima semana, para o que foi registando o número de jogadores, de cinco em cinco semanas, tendo obtido a tabela seguinte:

Tempo (em semanas) ( $x$ )	Número de jogadores (em milhares) ( $y$ )
5	20
10	46
15	58
20	82
25	110
30	128
35	136
40	163
45	170
50	194
55	210
60	245

Represente **na sua calculadora** o diagrama de dispersão dos dados e determine a equação da recta de regressão linear,  $y = ax + b$ , indicando os valores de  $a$  e  $b$  com uma **aproximação às centésimas**.

Transcreva para a sua folha de prova um esboço, no mesmo referencial, dos gráficos obtidos (diagrama de dispersão e recta de regressão linear).

**FIM**

## COTAÇÕES

<b>1.</b>	.....	<b>60 pontos</b>
<b>1.1.</b>	.....	13 pontos
<b>1.2.</b>	.....	13 pontos
<b>1.3.</b>	.....	34 pontos
<b>1.3.1.</b>	.....	15 pontos
<b>1.3.2.</b>	.....	19 pontos
<b>2.</b>	.....	<b>50 pontos</b>
<b>2.1.</b>	.....	25 pontos
<b>2.2.</b>	.....	25 pontos
<b>3.</b>	.....	<b>90 pontos</b>
<b>3.1.</b>	.....	25 pontos
<b>3.2.</b>	.....	25 pontos
<b>3.3.</b>	.....	15 pontos
<b>3.4.</b>	.....	25 pontos
<b>TOTAL</b>	.....	<b>200 pontos</b>

# FORMULÁRIO

## TEORIA MATEMÁTICA DAS ELEIÇÕES

### Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados pela ordem decrescente da sua grandeza numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral respectivo; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série.

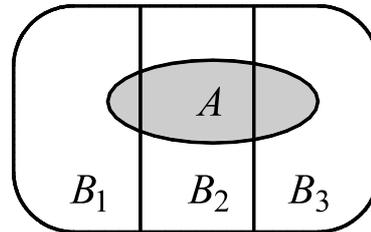
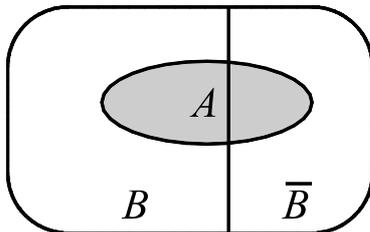
## MODELOS DE GRAFOS

### Condição necessária e suficiente para que um grafo admita circuitos de Euler

Um grafo admite circuitos de Euler se e só se é conexo e todos os seus vértices são de grau par.

## PROBABILIDADES

### Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ &= P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B) \times P(A|B)}{P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_k|A) &= \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B_k) \times P(A|B_k)}{P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3)} \end{aligned}$$

podendo  $k$  tomar os valores 1, 2 ou 3.

## INTERVALOS DE CONFIANÇA

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$
<p><math>n</math> - dimensão da amostra  <math>\bar{x}</math> - média amostral  <math>\sigma</math> - desvio padrão da variável  <math>z</math> - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$
<p><math>n</math> - dimensão da amostra  <math>\bar{x}</math> - média amostral  <math>s</math> - desvio padrão amostral  <math>z</math> - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para uma proporção  $p$ , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$
<p><math>n</math> - dimensão da amostra  <math>\hat{p}</math> - proporção amostral  <math>z</math> - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

(\*) Valores de  $z$  para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
$z$	1,645	1,960	2,576

# EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

10.º/11.º ou 11.º/12.º Anos de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

Duração da prova: 150 minutos  
2007

1.ª FASE

## PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

---

### COTAÇÕES

<b>1.</b> .....	<b>60 pontos</b>
<b>1.1.</b> .....	13 pontos
<b>1.2.</b> .....	13 pontos
<b>1.3.</b> .....	34 pontos
<b>1.3.1.</b> .....	15 pontos
<b>1.3.2.</b> .....	19 pontos
<b>2.</b> .....	<b>50 pontos</b>
<b>2.1.</b> .....	25 pontos
<b>2.2.</b> .....	25 pontos
<b>3.</b> .....	<b>90 pontos</b>
<b>3.1.</b> .....	25 pontos
<b>3.2.</b> .....	25 pontos
<b>3.3.</b> .....	15 pontos
<b>3.4.</b> .....	25 pontos
<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas pela resolução apresentada for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o examinando apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. Num item cuja resolução exija cálculos e/ou justificações, a classificação a atribuir deve estar de acordo com os seguintes critérios:
  - se o examinando se limitar a apresentar o resultado final, a classificação deve ser de 0 (zero) pontos;
  - se o examinando não se limitar a apresentar o resultado final, a classificação deve ser a soma algébrica das classificações atribuídas em cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8, 9, 10 e 11 destes critérios gerais; se a soma for negativa, a classificação a atribuir é de zero pontos.
4. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no Programa da disciplina.
5. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.
  - 5.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
  - 5.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a classificação de zero pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a classificação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

    - erros de contas, ocasionais, devem ser desvalorizados em um ponto;
    - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
    - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
    - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

- 5.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.
  - 5.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
  - 5.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a classificação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
  - 5.6. Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.
6. Existem itens em que está prevista a elaboração de uma composição. Nesses itens, os critérios específicos prevêm uma valorização das competências de comunicação escrita em língua portuguesa. Esta valorização é feita de acordo com os seguintes níveis de desempenho:
- Nível 3 - Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de coerência e de rigor de sentido.
  - Nível 2 - Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
  - Nível 1 - Composição sem estruturação, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.
7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos zero pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o examinando não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização).
8. O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a classificação de zero pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente classificadas com zero pontos.
9. O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item. Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser classificadas com zero pontos.

10. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na classificação total a atribuir à resposta, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução ..... -2 pontos

11. As classificações a atribuir às respostas dos examinandos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.

### Critérios específicos de classificação

**1.1. .... 13**

Cálculo do divisor padrão (**ver nota 1**)..... 2

Cálculo das quotas padrão (**ver nota 2**)..... 5

Cálculo das quotas inferiores ..... 3

Cálculo das partes decimais ..... 3

**Nota 1:** Se o examinando apresentar o valor 44,12, a sua resposta não deve sofrer qualquer desvalorização.

**Nota 2:** Se o examinando não apresentar o resultado com o número de casas decimais exigido, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

**1.2. .... 13**

Determinar os números de representantes respeitantes às quotas inferiores ..... 6

Determinar os representantes associados às partes decimais ..... 7

**1.3.1. .... 15**

Cálculo do divisor padrão (**ver nota**)..... 2

Cálculo das quotas padrão (**ver nota**)..... 6

Cálculo das quotas inferiores ..... 3

Cálculo das partes decimais ..... 4

**Nota:** Se o examinando não apresentar o resultado com o número de casas decimais exigido, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

1.3.2 ..... 19

A composição deve conter os dois tópicos referidos no enunciado.

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

*Com a entrada da região da Madeira, o número total de representantes passa de 50 para 53. Este é um número de representantes aceitável, pois mantém-se praticamente inalterado o divisor padrão, que passa de 44,12 para 44,075.*

*A distribuição dos representantes pelas várias regiões passa, agora, a ser a seguinte:*

Regiões	Minho	Beiras	Alentejo	Ribatejo	Algarve	Madeira	Total
<b>N.º de representantes</b>	13	8	2	20	7	3	53

*Comparando com a distribuição anterior, vem:*

Regiões	Minho	Beiras	Alentejo	Ribatejo	Algarve	Madeira	Total
<b>N.º de representantes</b>	12	8	3	20	7	.....	50
<b>N.º de representantes</b>	13	8	2	20	7	3	53

*Verificamos, assim, que a região do Minho ganha um representante, ao passo que a região do Alentejo perde um. Deste modo, pode afirmar-se que a região do Alentejo fica prejudicada com a entrada da região da Madeira, pois a quota padrão é aproximadamente igual à anterior (2,7) e, neste caso, elege apenas 2 representantes.*

Na tabela seguinte, indica-se como este item deve ser classificado (ver critério geral 6).

Conteúdo	Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
A composição contempla os dois tópicos.		19	18	17
A composição contempla um tópico.		10	9	8

**2.1. .... 25**

Cálculo do rendimento colectável do casal ( $€ 20\,950 : 2 = € 10\,475$ ) ..... 5

Identificação da taxa a aplicar (23,5%), bem como da parcela a abater ( $€ 799,78$ ) ..... 10

Cálculo do valor do IRS ( $€ 1\,661,85 \times 2 = € 3\,323,70$ ) (**ver nota**)..... 10

**Nota:** Caso o examinando refira que o valor do IRS é € 1 661,85 (não multiplica por dois), a classificação a atribuir a esta etapa deve ser 8 pontos.

**2.2. .... 25**

A composição deve conter os três tópicos referidos no enunciado.

Na tabela seguinte, indica-se como esta resposta deve ser classificada (ver critério geral 6).

<b>Conteúdo</b>	<b>Forma</b>	Nível 3	Nível 2	Nível 1
A composição contempla os três tópicos.		25	24	23
A composição contempla dois tópicos.		17	16	15
A composição contempla um tópico.		9	8	7

3.1. .... 25

O examinando poderá escrever:  $P(\text{entrar à terceira tentativa}) = P(\text{não entrar à primeira, não entrar à segunda e entrar à terceira})$  ou algo equivalente (**ver nota**)..... 12

Calcular o valor da probabilidade referida (**ver nota**) ..... 13

**Nota:** Se o examinando omitir a descrição formal da probabilidade a calcular, mas escrever a expressão  $0,2 \times 0,2 \times 0,8 = 0,032$ , a sua resposta não deve ser desvalorizada relativamente à cotação total (25 pontos).

Se apresentar apenas o valor numérico 0,032, a classificação total a atribuir à sua resposta deve ser de 10 pontos.

3.2..... 25

A composição deve conter os três tópicos referidos no enunciado.

Apresenta-se de seguida um exemplo de resposta:

*Ao restringir a amostra ao universo dos frequentadores que tinham conseguido aceder ao site, os resultados do estudo poderão vir enviesados. Nesta consulta ficam, obviamente, excluídos todos os interessados que tentaram aceder, mas não conseguiram e desistiram. Naturalmente que o resultado numérico referente à taxa de entrada à primeira tentativa vem afectado pela exclusão destes.*

**Nota:** Interessa que o examinando torne perceptível que a restrição do universo de consulta pode produzir resultados distorcidos.

Na tabela seguinte, indica-se como esta resposta deve ser classificada (ver critério geral 6).

Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
<b>Conteúdo</b>			
A composição contempla os três tópicos.	25	24	23
A composição contempla dois tópicos.	17	16	15
A composição contempla um tópico.	9	8	7

3.3. .... 15

Valores de  $\hat{p}$ ,  $z$  e  $n$  do intervalo

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[ \dots\dots\dots 11$$

- $\hat{p} = 0,78$  .....4
- $z = 1,960$  .....4
- $n = 50$  .....3

Intervalo pedido  $( ] 0,665 ; 0,895 [ )$  .....4

**3.4. .... 25**

Escrever a equação da recta de regressão ( $y = 3,85x + 4,94$ ) ..... 15

Apresentação dos gráficos numa janela adequada por forma a tornar visível  
as imagens no intervalo  $[5; 60]$  ..... 10

Diagrama de dispersão..... 5

Recta de regressão ( $y = 3,85x + 4,94$ )..... 5