

## Exame MACS- Inferência-Intervalos.

No início deste capítulo, surgem algumas ideias que devemos ter presentes:

O objectivo da inferência estatística é usar uma amostra e tirar conclusões para toda a população.

Os principais cuidados a ter com a escolha da amostra são: ela ser representativa, isto é, representar bem a população a que se refere e também o tamanho. A amostra não pode ser muito pequena, caso contrário, a margem de erro é muito grande.

**Exemplos:**

) *Explique por suas palavras os cuidados que devemos ter para obtermos uma boa qualidade na estimação da média.*

) *Num pequeno texto, explique qual é o principal objectivo da inferência estatística. Dê exemplos ilustrativos.*

### Teorema do Limite Central

O Teorema do Limite central diz-nos que, se tivermos amostras com 30 ou mais elementos, as médias das mostras têm distribuição aproximadamente normal.

No caso da amostragem da média, a distribuição de amostragem é do tipo:

$\bar{X}$  distribuição Normal

A média das médias amostrais é igual à própria média populacional, isto é:

$$E(\bar{X}) = \mu$$

e o desvio-padrão de amostragem da média é igual ao desvio-padrão populacional, a dividir pela raiz quadrada do número de elementos da amostra:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

**Exemplo:**

1) Os pacotes de açúcar produzidos por uma máquina têm peso médio 15 gramas e desvio-padrão 3 gramas. Considere uma amostra aleatória com 50 elementos.

Indique a média e o desvio-padrão(ou erro padrão) de amostragem da média.

Do mesmo modo, o teorema do limite Central pode ser aplicado no caso de uma **proporção**:

$\hat{P}$  tem distribuição Normal

A média é a própria proporção

$$E(\hat{P}) = P$$

e o desvio padrão amostral é do tipo:

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

**Exemplo:**

) Admitindo que 10% dos alunos de uma escola usam óculos, considere uma amostra aleatória com 50 elementos. Indique a média e o desvio padrão de amostragem da proporção  $\hat{p}$  de alunos com óculos.

**Intervalo de Confiança para a média:**

Intervalo de confiança para o valor médio:  $\left[ \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$

Repare que a margem de erro é dada pela expressão:  $z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

A Amplitude do intervalo é o dobro da margem de erro.

**Exemplo:**

) Pretendemos avaliar os conhecimentos em Matemática de uma população de 5000 alunos de uma escola. Sabemos que o desvio padrão é 2,6.

Recolhemos uma amostra com 50 alunos e obtivemos a média amostral  $\bar{x} = 8.35$ .

.1) Obtenha um intervalo de 95% de confiança para a média.

.2) Indique o valor da margem de erro do intervalo da alínea anterior.

### Intervalo de confiança para a proporção:

$$\left[ \hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

A margem de erro é dada por:  $z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

#### Exemplo:

) Considere uma amostra de 500 estudantes que responderam a um teste de Matemática a nível nacional, dos quais 105 tiraram negativa.

Determine, com nível de confiança de 95%, um intervalo para estimar a proporção de estudantes que a nível nacional tiraram negativa no exame.

( sugestão: faça  $\hat{p} = \frac{105}{500}$  )

### Tamanho da amostra

#### Média

Quando nos pedem o tamanho da amostra para uma determinada margem de erro, devemos começar por fazer:

$$z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ igual à margem de erro pretendida}$$

e, no final, devemos garantir que a expressão fica com o aspecto:

$$n = \left( \frac{z \cdot \sigma}{\varepsilon} \right)^2 \text{ Página 218 do livro}$$

#### Proporção

Quando nos pedem o tamanho da amostra para uma determinada margem de erro, devemos começar por fazer:

$$z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \text{ igual à margem de erro pretendida}$$

e no final, garantir que fica com o aspecto  $n = \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \cdot \hat{p}(1-\hat{p})$  onde  $\varepsilon$  é a margem de erro.

## Exemplos:

) Pretendemos avaliar os conhecimentos em Matemática de uma população de 5000 alunos de uma escola. Para isso foi feito um teste de conhecimentos gerais desta disciplina e analisados os resultados numa escala de zero a vinte valores. Sabemos que o desvio padrão foi de 2,6. Recolhemos uma amostra com 50 alunos e obtivemos a média amostral  $\bar{x} = 12.35$ .

3.1) Obtenha um intervalo de 95% de confiança para a média e indique também o valor da amplitude e o valor da margem de erro desse intervalo.

3.2) mantendo o nível de confiança, o desvio padrão e a média amostral, qual deveria ser o tamanho da amostra de modo a obter uma margem de erro inferior a 0.2

## Exemplo:

) Suponha que estamos interessados em estimar a proporção de portugueses que vão votar no partido "A" nas próximas eleições e que os resultados de uma sondagem anterior apontam para uma proporção de 15%.

Qual é a dimensão da amostra necessária de forma a obtermos um intervalo de 95% de confiança com uma margem de erro de 4 % ?

## Formulário

Intervalo de confiança para a proporção:  $\left[ \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

$n$  – dimensão da amostra  $\bar{x}$  - média amostral  $\hat{p}$  - proporção amostral

$\sigma$  - desvio padrão da variável  $z$  – valor relacionado com o nível de confiança (\*)

(\*) Valores de  $z$  para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
$z$	1,645	1,960	2,576

**Exemplo:**

Considere o intervalo: ] 5; 18 [

a amplitude é  $18-5=13$

e a margem de erro é  $13/2 = 6.5$

Neste caso, a média seria o número  $(5+18)/2 = 11.5$

Notas: Quando aumentamos o tamanho da amostra, a margem de erro diminui e o intervalo fica com melhor precisão.

Quando aumentamos a confiança,  $z$ , o intervalo fica com maior margem de erro e o intervalo fica com menor precisão.

**Exemplo**

*) Considere que foi obtido um intervalo de confiança para a média.*

*.1) Mantendo a média, desvio padrão e a dimensão da amostra e aumentando o grau de confiança, o que acontece à amplitude do intervalo?*

*.2) Mantendo a média, desvio padrão e o grau de confiança e aumentando a dimensão da amostra, o que acontece à amplitude do intervalo?*