

Exame de MACS Modelos Populacionais.

No início, temos os modelos lineares ($Y=ax+b$) e exponenciais ($Y=b*a^x$) parecidos aos que foram vistos nos juros simples e juros compostos.

Exemplo típico do modelo linear:

1) O aluguer de uma máquina "A" custa 500 euros no primeiro dia e 180 euros em cada um dos dias seguintes.

O aluguer de uma outra máquina "B" custa 250 euros no primeiro dia, 240 euros no segundo dia, 230 euros no terceiro dia, 220 euros no quarto dia, 210 euros no quinto dia e 200 euros no sexto dia. A partir daí, o custo da máquina é o valor fixo de 200 euros por dia.

1.1) Indique o valor a pagar pelo aluguer de cada uma das máquinas, por uma duração de

1.1.1) 5 dias 1.1.2) 8 dias 1.1.3) 10 dias

1.2) Quanto pagará de aluguer em cada uma das máquinas no 5º dia? e no 10º dia?

1.3) Apresente uma expressão para o valor a pagar pelo aluguer da máquina "A" durante x dias.

1.4) Se tivesse 4 200 euros, durante quantos dias podia alugar a máquina A? e a máquina B?

Exemplo típico do modelo exponencial:

2) Uma empresa produziu 20 000 unidades de certo produto no primeiro mês de 2003. Sabemos que a produção aumentou 2% a cada mês.

2.1) Quantas unidades foram produzidas no primeiro trimestre de ano 2003?

2.2) Quantas unidades foram produzidas no último Mês de 2005?

Outro exemplo exponencial:

4) Um Petroleiro encalhou numa rocha e sofreu um rombo no casco. Consequentemente, começou a derramar crude. Considere que, t horas após acidente, a área, em km^2 , de crude espalhado sobre o oceano é dada pela seguinte expressão:

$$A(t) = 16e^{0,1t},$$

4.1) Qual a área de crude ao fim de 3 horas? E ao fim de um dia?

4.2) Ao fim de quantas horas se atinge uma área de 60 km^2 de crude?

Pode apresentar uma resposta usando uma tabela ou um gráfico da calculadora. Explique como obteve.

4.3) Ao fim de quantas horas se atinge uma área de 80 km^2 de crude?

Resolva esta questão usando a calculadora gráfica.

O modelo logístico:

No modelo logístico, o tipo de problema mais frequente é perguntar qual o valor inicial

(fazer $x=0$) e outros valores. Também saber para onde tende este tipo de valor: devemos dizer que começa por ter um crescimento acentuado mas que depois estabiliza em torno de um valor

Por exemplos, na expressão: $P(t) = \frac{8000}{1 + 7e^{-0,5t}}$ o valor inicial é $8000/(1+7) = 1000$ e, se usarmos a tabela ou o gráfico, verificamos que os valores tendem para 8000. (valor onde estabiliza)

...É frequente perguntar o quando é que este modelo atinge, por exemplo o valor 5000. para tal podemos pegar numa tabela, introduzir a expressão e procurar.- não esquecendo de indicar as linhas importantes da tabela.

Outras vezes obrigam-nos a desenhar um gráfico e desenhar as duas funções $Y1=...$ e $Y2=5000$ e procurar o ponto de intersecção.

Exemplo do logístico:

8) Um economista estudou, durante 24 meses, o número de desempregados inscritos numa delegação do Instituto do Emprego e Formação Profissional (IEFP). Concluiu que o número de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP, no início do estudo e no final de cada mês, t , é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades

$$P(t) = \frac{6000}{2 + 21e^{-0,5t}} \quad t = 0, 1, 2, \dots, 24$$

Considera-se $t = 0$ como o início do estudo.

8.1) Determine, a partir do modelo P , ao fim de quantos meses após o início do estudo o número de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP ultrapassa o valor 2800.

8.2) Ao longo dos 24 meses em que decorreu o estudo, o número de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP não foi constante. Num pequeno texto, analise a evolução do número de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP, com base na representação gráfica do modelo P .

Na sua resposta, deve:

*reproduzir, na folha de respostas, o gráfico visualizado na calculadora;

*reproduzir, na folha de respostas, a janela de visualização utilizada;

*indicar o número máximo de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP, nos 24 meses em que decorreu o estudo;

*apresentar a diferença entre os números de desempregados inscritos no início e no final do estudo;

*descrever a forma como evoluiu o número de desempregados inscritos nessa delegação do IEFP, nos 24 meses em que decorreu o estudo.

REGRESSÃO

Também aqui volta a utilização da calculadora par fazer a **regressão**. A mais frequente é a linear mas, recente mente veio num exame a regressão logística.

Exemplo de regressão:

) Na tabela seguinte registou-se a contagem mensal do número de animais de uma certa espécie, existente numa área reservada desde a sua criação:

Número de meses decorridos desde a criação da área reservada(x)	Número de animais existentes na área reservada(y)	Com o auxílio da calculadora, determine o modelo de regressão linear $y=ax+b$, que se ajusta a estes valores. Apresente os valores de "a" e de "b" arredondados à milésimas.
0	20	
2	24	De seguida, utilize a equação obtida para estimar quantos animais existiam ao fim de 15 meses.
4	28	
6	32	
8	35	
10	40	
12	46	
14	52	
16	58	
18	63	
20	70	

Logarítmos

é preciso trabalhar um pouco com logarítmos. Não esquecer que "ln" significa logaritmo de base "e". e que na calculadora "log" refere-se ao logaritmo de base 10.

se for necessário usar um logaritmo de outra base, fazemos a conversão por exemplo, logaritmo de 8 na base 3, $\log_3 8$ para calcular, fazemos $\log 8 / \log 3$ que dá 1.89.

Exemplo com logarítmos:

7) Suponha que a altura A (em metros) de uma pessoa do sexo masculino pode ser definida, em função do seu peso p (em quilogramas), pela seguinte expressão:

$$A(p) = 0,57 \ln(p) - 0,52$$

Recorrendo à expressão, determine:

7.1- A altura do Rafael, sabendo que o seu peso é de 54 kg

7.2 - O peso do David, sabendo que tem 178 cm de altura.