1.2 $P(55 < X < 72) = P(55 < 10U + 63 < 72) = P(-8 < 10U < 9) = P(-0,8 < U < -0,9) =$

$= \phi(0,9) - \phi(-0,8) = \phi(0,9) - (1 - \phi(0,8)) = \phi(0,9) - 1 + \phi(0,8) = 0,604$

$0,604 \times 900 \approx 544$ pessoas

1.3 $P(X > 80) = P(10U + 63 > 80) = P(10U > 17) = P(U > 1,7) =$

$= 1 - 0,9554 = 0,0446$

$0,0446 \times 900 = 40$ pessoas

Atividade 2 (pág. 195)

Trabalho de pesquisa

Exercícios de aplicação (pág. 202)

1. Exemplos de fenómenos aleatórios: saber o número da lotaria do Natal, saber o vencedor do campeonato do mundo de futebol, saber o sexo do próximo membro da família.
Exemplos de fenómenos determinísticos: contar o número de dias do mês de janeiro, contar o número de dias da semana, colocar a mão no lume.

2. A, B e G

3.1 $\Omega = \{B_1, B_2, B_3, A_1, A_2, V_1\}$

3.2 «Sair uma bola branca, azul ou vermelha»

3.3 «Sair uma bola amarela»

3.4 «Sair uma bola vermelha»

4.1 $\Omega = \{(N, E), (N, N), (E, E), (E, N)\}$

N — *E* (*N*, *E*) ; *N* (*N*, *N*)

E — *E* (*E*, *E*) ; *N* (*E*, *N*)

4.2 «Sair a face nacional em ambas as moedas»

4.3 $A = \{(N, E), (E, N)\}$

$B = \{(E, E), (E, N), (N, E)\}$

$C = \{(N, E), (E, N), (N, N)\}$

5.1 $A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \rightarrow$ *A* ocorre e *B* e *C* não ocorrem.

5.2 $(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \rightarrow$ Ocorre *A* ou *B* ou *C*.

5.3 $A \cap B \cap C \rightarrow$ Definição de interseção de acontecimentos.

5.4 $A \cup B \cup C \rightarrow$ Definição de reunião de acontecimentos.

5.5 $(A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \rightarrow$ Os dois acontecimentos que ocorrem podem ser *A* e *B*, *A* e *C* ou *B* e *C*.

5.6 $\left(A\cap\overline{B}\cap\overline{C}\right)\cup\left(\overline{A}\cap B\cap\overline{C}\right)\cup\left(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C\right)\cup\left(A\cap B\cap\overline{C}\right)\cup\left(A\cap\overline{B}\cap C\right)\cup\left(\overline{A}\cap B\cap C\right)\rightarrow$

Dois acontecimentos ocorrerem é, no máximo, ocorrerem um ou dois acontecimentos.

5.7 $\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}$ $\rightarrow$ Nenhum acontecimento ocorrer é não ocorrer *A*, nem *B*, nem *C*.

6.1 $\Omega=\{(1,\ 2,\ 3),(1,\ 3,\ 2),(2,\ 1,\ 3),(2,\ 3,\ 1),(3,\ 1,\ 2),(3,\ 2,\ 1)\}$

6.2 $A=\{(2,\ 1,\ 3),(2,\ 3,\ 1)\}$

$B=\{(2,\ 3,\ 1),(3,\ 1,\ 2),(3,\ 2,\ 1)\}$

6.2.1 $A\cap B=\{(2,\ 3,\ 1)\}$

6.2.2 $A\cup B=\{(2,\ 1,\ 3),\ (2,\ 3,\ 1),\ (3,\ 1,\ 2),\ (3,\ 2,\ 1)\}$

6.2.3 $A\cap\overline{B}=\{(2,\ 1,\ 3)\}$

6.2.4 $\overline{A}\cup B=\{(1,\ 2,\ 3),\ (1,\ 3,\ 2),\ (3,\ 1,\ 2),\ (3,\ 2,\ 1)\}\cup\{(2,\ 3,\ 1),\ (3,\ 1,\ 2),\ (3,\ 2,\ 1)\}=$

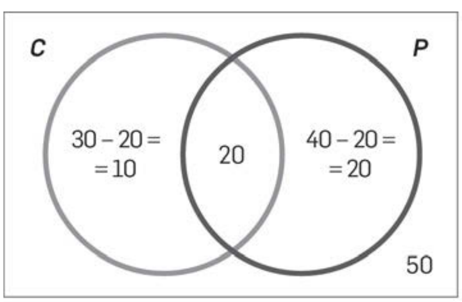
$=\{(1,\ 2,\ 3),\ (1,\ 3,\ 2),\ (3,\ 1,\ 2),\ (3,\ 2,\ 1),\ (2,\ 3,\ 1)\}$

6.2.5 $B-A=\{(3,\ 1,\ 2),\ (3,\ 2,\ 1),\}$

6.2.6 $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\{\overline{(2,\ 1,\ 3),\ (2,\ 3,\ 1),\ (3,\ 1,\ 2),\ (3,\ 2,\ 1)}\}=\{(1,\ 2,\ 3),\ (1,\ 3,\ 2)\}$

6.2.7 $A\cap(B\cup \mathrm{A})=A\cap\left(\overline{B}\cap\overline{A}\right)=\underbrace{A\cap\overline{A}}_{\phi}\cap\overline{B}=\phi$

7.



	C	$\overline{C}$	Total
P	20	20	40
$\overline{P}$	10	50	60
Total	30	70	100

$40+30=70$

$70-50=20$ $\rightarrow$ interseção

8.1 *P* («sair ás vermelho») $=\dfrac{2}{40}=\dfrac{1}{20}=5\%$

8.2 *P* («sair dama de ouros») $=\dfrac{1}{40}=2{,}5\%$

8.3 «Sair carta vermelha»

Como existem 20 cartas vermelhas,

P («sair carta vermelha») $=\dfrac{20}{40}=\dfrac{1}{2}=50\%$

9. Sejam os acontecimentos:
P: «incluir pão» e *L*: «incluir leite»

$P(L) = 45\%$

$P(L \cap P) = 9\%$

$P(\overline{L} \cap \overline{P}) = \frac{1}{4}$

9.1

	P	$\overline{P}$	**Total**
L	9%	36%	45%
$\overline{L}$	30%	25%	55%
Total	39%	61%	100%

$P(P) = 39\%$

9.2 Considerando os acontecimentos:
A: «ser rapariga» e *B*: «ser rapaz»
Sabe-se que:

$P(A) = 60\%$

Logo, $P(B) = 40\%$

$P(\overline{L} \cap \overline{P} \mid B) = 37{,}5\%$

Queremos determinar: $P\left(A \cap \left(\overline{L} \cap \overline{P}\right)\right)$

$$\frac{P(\overline{L} \cap \overline{P} \cap B)}{P(B)} = 0{,}375 \Leftrightarrow P\left(\left(\overline{L} \cap \overline{P}\right) \cap B\right) = 0{,}375 \times 0{,}4 \Leftrightarrow P\left(\left(\overline{L} \cap \overline{P}\right) \cap B\right) = 0{,}15$$

Sabe-se que:

$P(\overline{L} \cap \overline{P}) = 25\%$

Logo, $P\left(A \cap \left(\overline{L} \cap \overline{P}\right)\right) = 10\% = \frac{1}{10}$

10. O número total de votantes foi:

$13\ 442 + 8723 + 6033 + 1120 + 1258 = 30\ 576$

Se a abstenção foi de 36%, então 30 576 corresponde a 64%.

Ou seja, o número total de inscritos é: $\frac{30\ 576}{0{,}64} = 47\ 775$

A probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter votado no partido A é:

$$P = \frac{13\ 442}{47\ 775} \approx 28\%$$

11. Escolhendo ao acaso, um a seguir ao outro, a probabilidade de ambos serem jogadores de râguebi é dada por:

$$P = \frac{191}{731} \times \frac{190}{730} \approx 6{,}8\%$$

12. O número de casos possíveis é: $3 \times 2 = 6$

O número de casos favoráveis é 4.

$F_1 F_2 C$; $F_2 F_1 C$; $C F_1 F_2$; $C F_2 F_1$

Logo, $P = \frac{2}{3}$

13. $10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 = 6\ 760\ 000$

14.1 $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 \rightarrow$ Existem dez algarismos para cada um dos quatro dígitos.

14.2 _ _ _ _

$10 \times 10 \times 1 \times 1$

Para ser capicua, o primeiro dígito tem de ser igual ao último e o segundo igual ao penúltimo. Assim, existem $10 \times 10 \times 1 \times 1 = 100$ códigos que são capicuas.

14.3 Se os números são diferentes, temos:

$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ códigos diferentes

14.4 0 _ _ 0

10×10

Para o primeiro e para o último dígito, só temos uma hipótese. Para os restantes dígitos, temos dez hipóteses para cada um.

15.1 Existem quatro damas no baralho. Como as cartas são retiradas sucessivamente e sem reposição, existem $4 \times 3 = 12$ maneiras

15.2 Existem quatro naipes diferentes com 13 cartas cada.

$13 \times 13 \times 4 \times 3 = 2028$

15.3 $4 \times 13 \times 12 = 624$

15.4 R_c _ ou _ R_c

$1 \times 51 \quad + \quad 51 \times 1 \quad = 102$

16.1 _ _ _ _ _

$\uparrow$

{2, 4}

$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 = 5^4 \times 2 = 1250$

16.2 1 _ _ _ 5

$5 \times 5 \times 5 = 125$

16.3 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

17.1.1 $P(\textit{comprimento} < 15{,}3) = \frac{45 \times 44}{50 \times 49} = \frac{198}{245}$

17.1.2 $P = \dfrac{45 \times 5}{50 \times 49} = \dfrac{9}{98}$

17.2 $P = \dfrac{45 \times 45}{50 \times 50} = \dfrac{81}{100}$ $\qquad$ $P = \dfrac{45 \times 5}{50 \times 50} = \dfrac{9}{100}$

18.1.1 $P = \dfrac{1720 \times 1719}{2222 \times 2221} \approx 59{,}91\%$

18.1.2 $P = \dfrac{171 \times 1720}{2222 \times 2221} \approx 5{,}96\%$

18.2.1 $P = \dfrac{171 \times 55 \times 1720 \times 120 \times 156}{2222 \times 2221 \times 2220 \times 2219 \times 2218} \approx 5{,}61 \times 10^{-4}\%$

18.2.2 $P = \dfrac{171 \times 170 \times 169 \times 1720 \times 1719}{2222 \times 2221 \times 2220 \times 2219 \times 2218} \approx 0{,}03\%$

19.1 Se retirarmos do monte A, a probabilidade de serem as duas de copas será:

$$P = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$$

Se retirarmos do monte B, a probabilidade de serem as duas de copas será:

$$P = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56}$$

Então, a probabilidade pedida é dada por:

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{6}{56} + \frac{1}{2} \times \frac{20}{56} = \frac{13}{56}$$

19.2 Se retirarmos do monte A:

$$P = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times 2 = \frac{15}{28}$$

Se retirarmos do monte B:

$$P = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times 2 = \frac{15}{28}$$

Logo, $P = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{15}{28} + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{15}{28} = \dfrac{15}{28}$

20.1 $\underline{R}\ \underline{R}$ ou $\underline{A}\ \underline{A}$ ou $\underline{V}\ \underline{V}$

$$P = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{11}{25}$$

20.2 $\underline{V}\ \underline{\ \ }$

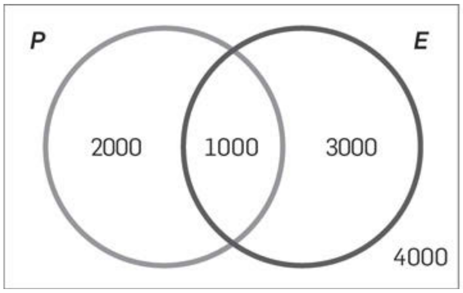
A primeira tem de ser vermelha e segunda pode ser de qualquer cor.

$$P = \frac{1}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{1}{5}$$

20.3 $\underline{A}\ \underline{R}$ ou $\underline{R}\ \underline{A}$

$$P = \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{25}$$

21.



21.1 $P = \dfrac{2000}{4000} = 50\%$

21.2 $P = \dfrac{2000+1000+3000}{10\ 000} = \dfrac{6000}{10\ 000} = \dfrac{3}{5} = 60\%$

21.3 $P = \dfrac{4000}{1000} = 40\%$

22.1 $P(O \mid Rh^-) = \dfrac{P(O \cap Rh^-)}{P(Rh^-)} = \dfrac{0{,}06}{0{,}16} = \dfrac{3}{8}$

22.2 $P(Rh^+ \mid A) = \dfrac{P(Rh^+ \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0{,}39}{0{,}46} = \dfrac{39}{46}$

23. Seja:

A: «autoavaliaram-se com nível 1»

B: «autoavaliaram-se com nível superior a 1»

C: «ser português»

Sabe-se que: $P(C \mid A) = 20\%$ e $P(C \mid B) = 5\%$

Pretende-se calcular $P(A \mid C)$:

$$\frac{P(C \cap A)}{P(A)} = 0{,}2 \Leftrightarrow P(C \cap A) = 0{,}2 \times 0{,}1 \Leftrightarrow P(C \cap A) = 0{,}02$$

$$\frac{P(C \cap B)}{P(B)} = 0{,}05 \Leftrightarrow P(C \cap B) = 0{,}05 \times 0{,}9 \Leftrightarrow P(C \cap B) = 0{,}045$$

Número de portugueses que declararam não saber nada: $0{,}02 \times 15\ 800 = 316$

Número de portugueses que se autoavaliaram com nível superior a 1: $0{,}045 \times 15\ 800 = 711$

Assim, podemos concluir que existem $316 + 711 = 1027$ portugueses na amostra.

A probabilidade pedida é:

$$P(A \mid C) = \frac{316}{1027} \approx 31\%$$

24. Consideremos os acontecimentos:

A: «o atleta beber água no posto A»

D: «o atleta beber água no posto D»

Sabe-se que:

$P(D \mid A) = \frac{9}{10}$ e $P(D \cap A) = \frac{3}{5}$

Pretende-se calcular *P*(*A*):

$$P(D \mid A) = \frac{9}{10} \Leftrightarrow \frac{P(D \cap A)}{P(A)} = \frac{9}{10} \Leftrightarrow P(A) = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{10}} \Leftrightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

25. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser rapariga»

L: «ser loira»

C: «ter cabelo castanho»

T: «ter cabelo preto»

Sabe-se que:

$P(A) = 60\%$, $P(L \mid A) = 25\%$, $P(C \mid A) = 50\%$ e $P(T \mid A) = 25\%$

$P(\overline{A}) = 40\%$, $P(L \mid \overline{A}) = 12{,}5\%$, $P(C \mid \overline{A}) = 50\%$ e $P(T \mid \overline{A}) = 37{,}5\%$

25.1 $P(L) = P(L \cap A) + P(L \cap \overline{A}) = P(L \mid A) \times P(A) + P(L \mid \overline{A}) \times P(\overline{A}) =$

$= 0{,}25 \times 0{,}6 + 0{,}125 \times 0{,}4 = 0{,}2 = 20\%$

25.2 $P(A \mid T) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)} = \frac{P(T \mid A) \times P(A)}{P(T \cap A) + P(T \cap \overline{A})} = \frac{0{,}25 \times 0{,}6}{0{,}25 \times 0{,}6 + 0{,}375 \times 0{,}4} = 0{,}5 = 50\%$

26. Consideremos os acontecimentos:

T: «o período de capitalização é 3 meses»

S: «o período de capitalização é 6 meses»

R: «obter rendimento»

Sabe-se que:

$P(R \mid T) = 76\%$ e $P(R \mid S) = 92\%$

$P(T) = \frac{2}{5}$ e $P(S) = \frac{3}{5}$

Pretende-se calcular $P(T \mid R)$:

$$P(R \mid T) = 0{,}76 \Leftrightarrow \frac{P(R \cap T)}{P(T)} = 0{,}76 \Leftrightarrow P(R \cap T) = 0{,}76 \times \frac{2}{5} \Leftrightarrow P(R \cap T) = 0{,}304$$

$$P(R \mid S) = 0{,}92 \Leftrightarrow \frac{P(R \cap S)}{P(S)} = 0{,}92 \Leftrightarrow P(R \cap S) = 0{,}92 \times \frac{3}{5} \Leftrightarrow P(R \cap S) = 0{,}552$$

$$P(T \mid R) = \frac{P(T \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}304}{P(R \cap T) + P(R \cap S)} = \frac{0{,}304}{0{,}76 \times \frac{2}{5} + 0{,}92 \times \frac{3}{5}} = \frac{38}{107}$$

27. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser da fábrica Alfa»

B: «ser da fábrica Beta»

N: «destinar-se ao mercado nacional»

Sabe-se que:

$P(N \mid A)=\frac{1}{3}$ e $P(N \mid B)=\frac{1}{4}$

Pretende-se calcular $P(A \mid N)$:

$$P(A \mid N)=\frac{P(A\cap N)}{P(N)}=\frac{P(A\cap N)}{P(A\cap N)+P(B\cap N)}=\frac{0{,}5\times\frac{1}{3}}{0{,}5\times\frac{1}{3}+0{,}5\times\frac{1}{4}}=\frac{4}{7}$$

28.1 Sabe-se que:

$P(A)=0{,}05$; $P(B)=0{,}7$ e $P(C)=0{,}25$

$P(V \mid A)=0{,}3$; $P(V \mid B)=0{,}4$ e $P(V \mid C)=0{,}5$

Tem-se que:

$$P(V \mid A)=0{,}3 \Leftrightarrow \frac{P(V\cap A)}{P(A)}=0{,}3 \Leftrightarrow P(V\cap A)=0{,}3\times 0{,}05 \Leftrightarrow P(V\cap A)=0{,}015$$

$$P(V \mid B)=0{,}4 \Leftrightarrow \frac{P(V\cap B)}{P(B)}=0{,}4 \Leftrightarrow P(V\cap B)=0{,}4\times 0{,}7 \Leftrightarrow P(V\cap B)=0{,}28$$

$$P(V \mid A)=0{,}5 \Leftrightarrow \frac{P(V\cap C)}{P(C)}=0{,}5 \Leftrightarrow P(V\cap C)=0{,}25\times 0{,}5 \Leftrightarrow P(V\cap C)=0{,}125$$

Podemos agora preencher a tabela:

Acontecimentos	***A***	***B***	***C***	**Total**
V	0,015	0,28	0,125	0,42
$\overline{V}$	0,035	0,42	0,125	0,58
Total	0,05	0,70	0,25	1

28.2 Sabe-se que:

$P(B)=0{,}72$ e $P(C)=0{,}28$

$$P(V)=P(V\cap B)+P(V\cap C)=P(V \mid B)\times P(B)+P(V \mid C)\times P(C)=$$
$$=0{,}4\times 0{,}72+0{,}5\times 0{,}28=0{,}428=42{,}8\%$$

29. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser da caixa A»

B: «ser da caixa B»

D: «ter defeito»

Sabe-se que:

$P(D \mid A) = \frac{7}{20}$ e $P(D \mid B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

29.1 Consideremos os acontecimentos:

D_A: «tirar lápis com defeito da caixa A»

D_B: «tirar lápis com defeito da caixa B»

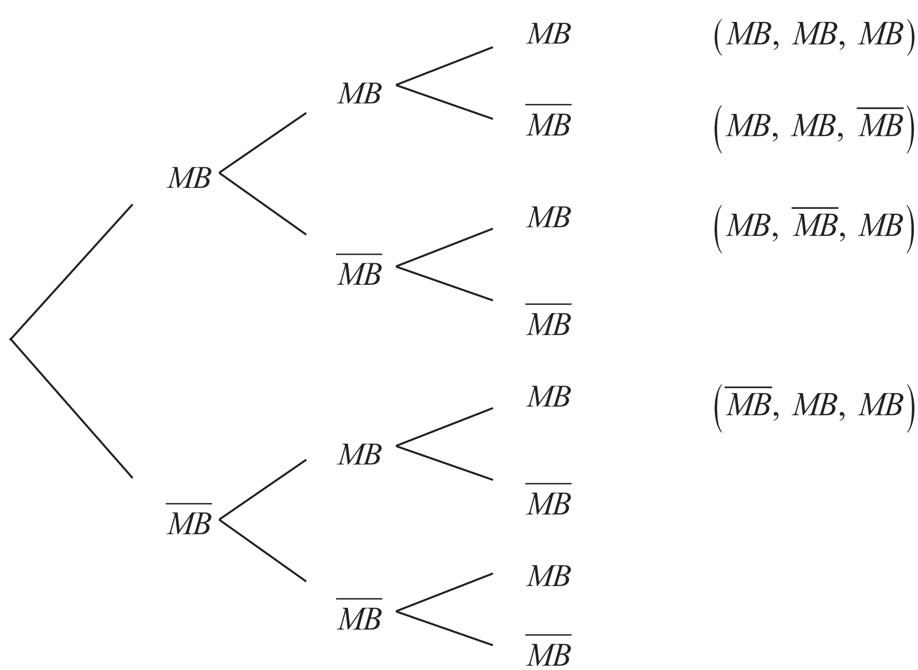
D_A e D_B são acontecimentos independentes, logo:

$$P(D_A \cap D_B) = P(D_A) \times P(D_B) = \frac{7}{20} \times \frac{4}{12} = \frac{7}{60}$$

29.2 $P\left(\left(D_A \cap \overline{D_B}\right) \cup \left(\overline{D_A} \cap D_B\right)\right) = P(D_A) \times P\left(\overline{D_B}\right) + P\left(\overline{D_A}\right) \times P(D_B) = \frac{7}{20} \times \frac{8}{12} + \frac{13}{20} \times \frac{4}{12} = \frac{9}{20}$

30.1 $P = \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} = \frac{14}{95}$

30.2



Pelo menos dois estarem muito bons é equivalente a dizer que apenas dois estão *MB* ou estão os três *MB*.

$\underline{MB}\ \underline{MB}\ \underline{\overline{MB}}$ $\qquad \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{12}{18} \times 3$

$\underline{MB}\ \underline{MB}\ \underline{\overline{MB}}$ $\qquad \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{6}{18}$

Então, $P = \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{12}{18} \times 3 + \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{98}{285}$

31. Para verificar se *H* e *D* são independentes, temos de averiguar a veracidade de:

$$P(H \cap D) = P(H) \times P(D)$$

$$P(H \cap D) = \frac{250}{1232 + 1035 + 613 + 555} = \frac{50}{687}$$

$$P(H) = \frac{518 + 411 + 255 + 250}{1232 + 1035 + 613 + 555} = \frac{478}{1145}$$

$$P(D) = \frac{305 + 250}{1232 + 1035 + 613 + 555} = \frac{555}{3435} = \frac{37}{229}$$

$$P(H) \times P(D) = \frac{478}{1145} \times \frac{37}{229} = \frac{17\ 686}{262\ 205}$$

Então, $P(H \cap D) \neq P(H) \times P(D)$, logo, podemos concluir que os acontecimentos *H* e *D* não são independentes.

32. Consideremos os acontecimentos:

A: «ter a doença A»

B: «ter a doença B»

C: «ter a doença C»

D: «sair curado»

Sabe-se que:

$P(A) = 20\%$; $P(B) = 30\%$; $P(C) = 50\%$; $P(D \mid A) = 10\%$; $P(D \mid B) = 70\%$ e $P(D \mid C) = 50\%$

32.1 $P(D \mid B) = 70\%$

32.2 $P(D) = P(D \mid A) \times P(A) + P(D \mid B) \times P(B) + P(D \mid C) \times P(C) =$

$= 0{,}1 \times 0{,}2 + 0{,}7 \times 0{,}3 + 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}48 = 48\%$

32.3 $P(C \mid D) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(D \mid C) \times P(C)}{0{,}48} = \dfrac{0{,}5 \times 0{,}5}{0{,}48} = \dfrac{25}{48} \approx 52\%$

33. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser da máquina A»

B: «ser da máquina B»

C: «ser da máquina C»

D: «ser defeituosa»

Sabe-se que:

$P(A) = 15\%$, $P(D \mid A) = 5\%$, $P(B) = 45\%$, $P(D \mid B) = 3\%$ e $P(D \mid C) = 10\%$

$P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) =$

$= P(D \mid A) \times P(A) + P(D \mid B) \times P(B) + P(D \mid C) \times P(C) =$

$= 0{,}05 \times 0{,}15 + 0{,}03 \times 0{,}45 + 0{,}1 \times (1 - 0{,}15 - 0{,}45) = 0{,}061 = 6{,}1\%$

34. Consideremos os acontecimentos:

A: «ser do parque A»

B: «ser do parque B»

C: «ser do parque C»

D: «produzir cerâmica»

Sabe-se que:

$P(D \mid A) = 10\%$, $P(D \mid B) = 40\%$ e $P(D \mid C) = 25\%$

$$P(D) = P(D \mid A) \times P(A) + P(D \mid B) \times P(B) + P(D \mid C) \times P(C) =$$

$$= 0{,}1 \times \frac{1}{3} + 0{,}4 \times \frac{1}{3} + 0{,}25 \times \frac{1}{3} = 0{,}25 = 25\%$$

35.1 Consideremos a tabela com os resultados possíveis da soma das pontuações das faces dos dados:

		Dado 1					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Dado 2	**1**	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

A probabilidade de a soma das faces dos dados ser um múltiplo de 5 é $\frac{7}{36}$.

Logo, a probabilidade de a Vanda vir a selecionar o primeiro livro para ler da estante que só tem romances de ficção científica é $\frac{7}{36}$.

35.2 X pode tomar os seguintes valores:

$X = 0 \rightarrow$ Não são selecionados livros policiais.

$X = 1 \rightarrow$ É selecionado um livro policial.

$X = 2 \rightarrow$ São selecionados dois livros policiais.

$P(X=0) = \frac{20}{35} \times \frac{19}{34} = \frac{38}{119}$ (A, A)

$P(X=1) = \frac{15}{35} \times \frac{20}{34} + \frac{20}{35} \times \frac{15}{34} = \frac{60}{119}$ (P, A) ou (A, P)

$P(X=2) = \frac{15}{35} \times \frac{14}{34} = \frac{21}{119}$ (P, P)

Tabela de distribuição de probabilidades:

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{38}{119}$	$\frac{60}{119}$	$\frac{21}{119}$

36. Consideremos os acontecimentos:

A: «ver a publicidade»

B: «comprar o perfume»

Tem-se que: $P(A) = 75\%$, $P(B) = 45\%$ e $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 20\%$

36.1 Com os dados, podemos preencher a tabela:

	A	$\overline{A}$	**Total**
B	40%	5%	45%
$\overline{B}$	35%	20%	55%
Total	75%	25%	100%

Queremos calcular $P(B \cap A) = 5\%$

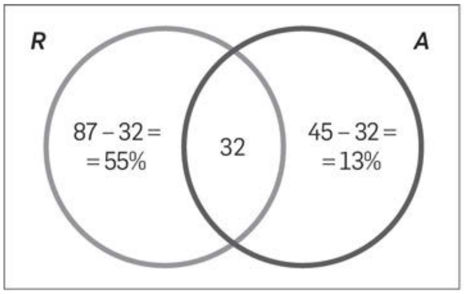
36.2 $P(B \mid A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0,4}{0,75} = \dfrac{8}{15}$

37.1 Consideremos os acontecimentos:

R: «utilizaram o transporte rodoviário»

A: «utilizaram o transporte aéreo»

Sabe-se que: $P(R) = 87\%$ e $P(A) = 45\%$



$87 + 45 = 132$, logo, 32% utilizaram ambos os meios de transporte. Então, a probabilidade pedida é:

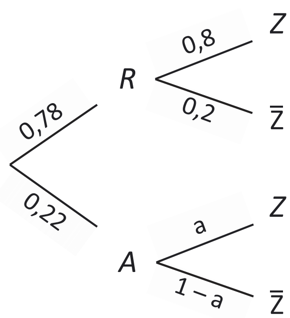
$P(R \cap \overline{A}) + P(A \cap \overline{R}) = 55\% + 13\% = 68\%$

37.2 Além dos acontecimentos A e R considerados na alínea anterior, consideremos também:

Z: «entregues dentro do prazo»

Sabe-se que: $P(R) = 78\%$, $P(Z) = 77{,}8\%$ e $P(Z \mid R) = 80\%$

Pretende-se calcular $P(A \mid Z)$:



$P(Z \cap R) = 0{,}78 \times 0{,}8 \Leftrightarrow P(Z \cap R) = 0{,}624$

$P(R \cap \overline{Z}) = 0{,}78 \times 0{,}2 \Leftrightarrow P(R \cap \overline{Z}) = 0{,}156$

$P(Z \cap A) = 0{,}22a$

$P(Z \cap \overline{A}) = 0{,}22(1 - a)$

Então, $P(Z) = P(Z \cap R) + P(Z \cap A) \Leftrightarrow 0{,}778 = 0{,}624 + 0{,}22a \Leftrightarrow a = 0{,}7$

Queremos calcular $P(A \mid Z)$:

$$P(A|Z) = \frac{P(A \cap Z)}{P(Z)} = \frac{0{,}22 \times 0{,}7}{0{,}778} \approx 20\%$$

37.3 $P(R) = 80\%$

Em dois dos três serviços, utilizou-se o transporte rodoviário, logo:

R R $\overline{\text{R}}$ ou R $\overline{\text{R}}$ R ou $\overline{\text{R}}$ R R

Ou seja:

$P = 3 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}2 = 0{,}384 = 38{,}4\%$

38.1 $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}4 + P(X = 4) = 1 \Leftrightarrow P(X = 4) = 1 - 0{,}2 - 0{,}3 - 0{,}4 \Leftrightarrow P(X = 4) = 0{,}1$

38.2 $0{,}4 \times 20 = 8$

Oito alunos leram três livros nas férias.

38.3 $P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}4 + 0{,}1 = 0{,}5 = 50\%$

39. Sabe-se que $P(X \geq 1) = 0{,}995$

Ou seja:

$0{,}425 + b + 0{,}120 = 0995 \Leftrightarrow b = 0{,}45$

$a + 0{,}425 + 0{,}45 + 0{,}120 = 1 \Leftrightarrow a = 0{,}005$

40. X pode tomar os seguintes valores:

X = 0 $\rightarrow$ Não há bolas amarelas, ou seja, são todas vermelhas.

X = 1 $\rightarrow$ Existe uma bola amarela e três vermelhas.

X = 2 $\rightarrow$ Existem duas bolas amarelas e duas vermelhas.

X = 3 $\rightarrow$ Existem três bolas amarelas e uma vermelha.

X = 4 $\rightarrow$ Todas as bolas são amarelas.

$P(X=0)=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{24}{5040}=\frac{1}{210}$

$P(X=1)=4\times\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{4}{35}$ AVVV

$P(X=2)=6\times\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$ AVAV, AAVV, AVVA, VAAV, VAVA, VVAA

$P(X=3)=4\times\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{8}{21}$ AAAV

$P(X=4)=\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{1}{14}$ AAAA

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{210}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{14}$

41. *X* pode tomar os valores 0, 1, 2, 3 e 4.

Considerando que a probabiliadde de ter um filho rapaz é $\frac{1}{2}$, tem-se que:

$P(X=0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$ → Serem todas raparigas

$P(X=1)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 4=\frac{1}{4}$ → Um rapaz

$P(X=2)=\left(\frac{1}{2}\right)^4\times 6=\frac{3}{8}$ → Dois rapazes

$P(X=3)=\left(\frac{1}{2}\right)^4\times 4=\frac{1}{4}$ → Três rapazes

$P(X=4)=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

42. *X* pode tomar os valores 0, 1 e 2.

$P(X=0)=\frac{150}{200}\times\frac{149}{199}\approx 0,56$

$P(X=1)=\frac{50}{200}\times\frac{150}{199}+\frac{150}{200}\times\frac{50}{199}\approx 0,38$

$P(X=2)=\frac{50}{200}\times\frac{49}{199}=0,06$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,56	0,38	0,06

43.1 *X* pode tomar os valores 0, 1 e 2.

$P(X=0)=\frac{1}{3}$ $\rightarrow$ A primeira bola é azul.

$P(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$ $\rightarrow$ A primeira bola é verde e a segunda é azul.

$P(X=2)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{3}$ $\rightarrow$ A primeira bola e a segunda são verdes.

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

43.2 $\mu = 0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{3}=1$

$$\text{var}(X)=\frac{1}{3}\times(0-1)^2+\frac{1}{3}\times(1-1)^2+\frac{1}{3}\times(2-1)^2=\frac{1}{3}+0+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

44.1 $\frac{b+1}{8}+\frac{b}{8}+\frac{b-1}{8}+\frac{b}{8}=1 \Leftrightarrow 4b=8 \Leftrightarrow b=2$

$$\mu=\frac{1}{4}\Leftrightarrow (a-1)\times\frac{2+1}{8}+a\times\frac{2}{8}+(a+3)\times\frac{2-1}{8}+(a+5)\times\frac{2}{8}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3a-3}{8}+\frac{2a}{8}+\frac{a+3}{8}+\frac{2a+10}{8}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow 8a+10=2\Leftrightarrow 8a=-8\Leftrightarrow a=-1$$

44.2 Consideremos a tabela para $a=-1$ e $b=2$

x_i	–2	–1	2	4
P_i	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

$$\text{var}(X)=\frac{3}{8}\left(-2-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{4}\times\left(-1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{8}\times\left(2-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{4}\left(4-\frac{1}{4}\right)^2=6,188$$

44.3.1 $P(X\geq 4)=\frac{1}{4}=25\%$

44.3.2 $P(-1<X\leq 3)=P(X=2)=\frac{1}{8}=12,5\%$

45. Modelo de Poisson com $\lambda = 5$

45.1 Como $E(X) = \lambda$, então, o número esperado de camiões a chegar, por dia, ao armazém é 5.

45.2.1 $P(X=2) = e^{-5} \times \dfrac{5^2}{2!} = 0,084$

45.2.2

$$P(X>5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \left(P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)\right) =$$

$$= 1 - \left(e^{-5} \times \frac{5^0}{0!} + e^{-5} \times \frac{5}{1!} + e^{-5} \times \frac{5^2}{2!} + e^{-5} \times \frac{5^3}{3!} + e^{-5} \times \frac{5^4}{4!} + e^{-5} \times \frac{5^5}{5!}\right) =$$

$$= 1 - e^{-5}\left(1 + 5 + \frac{5^2}{2!} + \frac{5^3}{3!} + \frac{5^4}{4!} + \frac{5^5}{5!}\right) = 0,38$$

45.2.3 $\lambda = 5$ $\qquad 7\lambda = 35$

Trata-se de uma variável aleatória: $Y = 7X$

O modelo a utilizar é:

$$P(Y=k) = e^{-35} \times \frac{35^k}{k!}$$

Logo:

$$P(Y=30) = e^{-35} \times \frac{35^{30}}{30!} = 0,05$$

46.1 Sabe-se que $E(X) = 2$

Como estamos perante um modelo de Poisson, tem-se que: $\lambda = 2$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X<1) = 1 - P(X=0) = 1 - e^{-2} \times \frac{2^0}{0!} = 0,86$$

46.2 $P(X=3) = e^{-2} \times \dfrac{2^3}{3!} = 0,18$

46.3 $P(X>4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \left(P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\right) =$

$$= 1 - \left(e^{-2} \times \frac{2^0}{0!} + e^{-2} \times 2 + e^{-2} \times \frac{2^2}{2!} + e^{-2} \times \frac{2^3}{3!} + e^{-2} \times \frac{2^4}{4!}\right) =$$

$$= 1 - e^{-2}\left(1 + 2 + \frac{4}{2!} + \frac{8}{3!} + \frac{16}{4!}\right) = 0,053$$

46.4 $Y = 7X$, logo, o modelo será:

$$P(Y=k) = e^{-14} \times \frac{14^k}{k!}$$

$$P(Y>28) = 1 - P(Y \leq 28) = 1 - 0,9997 = 0,0003$$

47. Entrar apenas à terceira tentativa significa que não entrou nas duas primeiras. Em cada tentativa, a probabilidade de entrar é 0,8, sendo que a probabilidade de não entrar é 0,2. Então, a probabilidade pedida é dada por: $P(X=3) = 0,2^2 \times 0,8 \approx 0,032$

48.1 $p = 0{,}2\% = 0{,}002$

O primeiro televisor a apresentar uma deficiência de fabrico ser o quinto significa que os quatro primeiros não tinham nenhuma deficiência.

Então:

$P(X=5)=(1-0{,}002)^4 \times 0{,}002 \approx 0{,}002$

48.2 $E(X)=\dfrac{1}{p}$

Logo: $E(X)=\dfrac{1}{0{,}002} \Leftrightarrow E(X)=500$

Portanto, o número médio de televisores a inspecionar até aparecer o primeiro com alguma anomalia é 500.

49. $p = 2\%$ $\quad$ $n = 30$

Seja *X* a variável: «ser defeituoso»

49.1.1 $P(X=0)=\dfrac{30!}{0!30!}\times 0{,}02^0 \times 0{,}98^{30} = 0{,}55$

49.1.2 $P(X>1)=1-P(X\le 1)=1-\left(P(X=0)+P(X=1)\right)=1-\left(0{,}55+\dfrac{30!}{29!}\times 0{,}02\times 0{,}98^{29}\right)=0{,}12$

49.1.3 $P(X\le 3)=0{,}9971=99{,}71\% \rightarrow$ calculadora

49.2 $P(X=5)=3{,}5\%$

$\dfrac{n!}{5!(n-5)!}\times 0{,}02^5 \times 0{,}98^{n-5} = 0{,}035 \Leftrightarrow n \approx 53$

50.1 $E(X)=\dfrac{1+50}{2} \Leftrightarrow E(X)=25{,}5$

50.2.1 $P(0\le X\le 9)=\dfrac{9-0}{50-1}=\dfrac{8}{49}\approx 0{,}18$

50.2.2 $P(X>30)=1-P(X\le 30)=1-P(0\le X\le 30)=1-\dfrac{30-0}{50-1}=0{,}61$

50.2.3 $P(21\le X\le 44)=\dfrac{44-21}{50-1}=0{,}47$

51. [0, 4]

51.1 $E(X)=\dfrac{0+4}{2}=2$

O número médio de horas de estudo por dia é 2 horas.

51.2 $P(0\le X\le 0{,}5)=\dfrac{0{,}5-0}{4}=0{,}125$

51.3 $P(X>5)=1-P(X\le 5)=1-P(0\le X\le 5)=1-\dfrac{5-0}{4}=-\dfrac{1}{4}$ Impossível

Logo, a probabilidade é zero.

51.4 $P(2\le X\le 3{,}5)=\dfrac{3{,}5-2}{4-0}=0{,}375$

52. $\lambda = 0{,}1$

52.1 $E(X) = \dfrac{1}{0{,}1} = 10$

52.2.1 $P(X > 4) = 1 - P(X \le 4) = 1 - P(0 \le X \le 4) = 1 - \left(e^{0} - e^{-0{,}4}\right) = 0{,}67$

52.2.2 $P(6 \le X \le 9) = e^{-0{,}6} - e^{-0{,}9} = 0{,}14$

53. $E(X) = 1$

Logo: $\dfrac{1}{\lambda} = 1 \Leftrightarrow \lambda = 1$

53.1 $P(X \le 3{,}5) = P(0 \le X \le 3{,}5) = e^{0} - e^{-3{,}5} = 0{,}97$

53.2 $P(X > 2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - P(0 \le X \le 2) = 1 - \left(e^{0} - e^{-2}\right) = 0{,}135$

54. $\lambda = 600 \qquad \sigma = 50$

54.1 Usando a calculadora, obtemos:

$P(530 \le X \le 680) = 0{,}8644$

Logo, existem $0{,}8644 \times 4000 \approx 3458$ indivíduos, aproximadamente.

54.2 $P(X < 480) = 0{,}0082$

$P(X > 740) = 1 - P(X \le 740) = 1 - 0{,}997445 = 0{,}0026$

55.1 $\mathrm{var}(X) = 625\ \mathrm{mm}^2$ Logo: $\sigma = \sqrt{\mathrm{var}(X)} = 25$

$P(X > 400) = 0{,}1 \qquad N(\mu,\ 25)$

$X > 400 \Leftrightarrow 25U + \mu > 400 \Leftrightarrow U > \dfrac{400 - \mu}{25}$

$$P\left(U > \frac{400 - \mu}{25}\right) = 1 - P\left(U \le \frac{400 - \mu}{25}\right)$$

Logo: $P\left(U \le \dfrac{400 - \mu}{25}\right) = 0{,}9 \Leftrightarrow \dfrac{400 - \mu}{25} = 0{,}9 \Leftrightarrow \mu = 368\ \mathrm{mm}$

55.2 $P(X \ge 369) = 0{,}484$

$0{,}484 \times 8000 = 3872$

56.1 Sabe-se que $\mu = 21$ e $\sigma = 4$.

Se o André sair de casa às 8h01, só chegará atrasado se a duração da viagem for superior a 29 minutos.

$$P(X > 29) = P(X > \mu + 2\sigma) = \frac{100\% - P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)}{2} =$$

$$= \frac{100\% - 95{,}45\%}{2} = 2{,}275\%$$

A probabilidade de o André chegar atrasado é de 2,28%.

56.2 A probabilidade de o pai do André usar o percurso alternativo é dada por:

$$P(X>25)=P(X>\mu+\sigma)=\frac{100\%-P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)}{2}=$$

$$=\frac{100\%-68,27\%}{2}=15,865\%$$

Representando por A o acontecimento «usar o percurso alternativo», temos os seguintes casos:

$A\,A\,\bar{A}$, $A\,\bar{A}\,A$ ou $\bar{A}\,A\,A$

Logo, a probabilidade de, em três dias consecutivos, o pai do André usar o percurso alternativo em apenas dois é dada por:

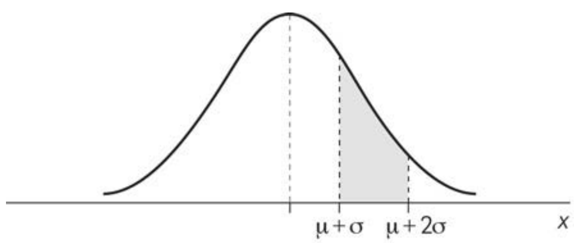
$$P=0{,}15865\times0{,}15865\times(1-0{,}15865)\times3=0{,}06353$$

Ou seja, a probabilidade é de 6%.

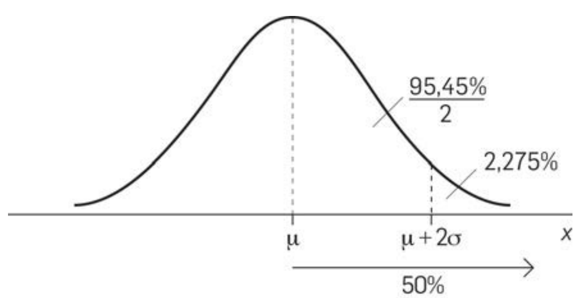
57. Pretende-se determinar $P(14{,}1<X<18{,}2)$.

Como esta probabilidade é equivalente a $P(\mu+\sigma<X<\mu+2\sigma)$, a probabilidade pedida é

$$P=\frac{95{,}45-68{,}27}{2}=13{,}59\%$$



58. $P(X>\mu+2\sigma)=50\%-\dfrac{95,45\%}{2}=2,275\%$



A probabilidade de o gasto em portagens, num determinado dia, ser superior a $\mu+2\sigma$ é de 2,275%.