Tema 4 | Capítulo 1 – Modelos de probabilidade

1.1 Introdução

Atividade 1 (pág. 137)

De Méré já tem 32 pistolas, porque mesmo que perca na próxima jogada, elas serão dele. Quanto às outras 32 pistolas, poderá ganhá-las ou não, o risco é igual. Assim, deverão dividir igualmente as 32 pistolas, ficando 16 para cada um. Resumindo, de Méré fica com 48 (32 + 16) e o adversário com 16.

Atividade 2 (pág. 137)

Decomposição do 11:

11 = 1 + 5 + 5 $\rightarrow$ 3 formas diferentes
11 = 1 + 4 + 6 $\rightarrow$ 6
11 = 2 + 3 + 6 $\rightarrow$ 6
11 = 2 + 4 + 5 $\rightarrow$ 6
11 = 3 + 3 + 5 $\rightarrow$ 3
11 = 4 + 4 + 3 $\rightarrow$ 3

Número de possibilidades de sair 11:

$$\underbrace{3\times 3}_{\text{com dois números iguais}}+\underbrace{3\times 6}_{\text{com todos os números diferentes}}=27$$

Decomposição do 12:

12 = 1 + 5 + 6 $\rightarrow$ 6 formas diferentes
12 = 2 + 4 + 6 $\rightarrow$ 6
12 = 3 + 3 + 6 $\rightarrow$ 3
12 = 2 + 5 + 5 $\rightarrow$ 3
12 = 3 + 4 + 5 $\rightarrow$ 6
12 = 4 + 4 + 4 $\rightarrow$ 1

Número de possibilidades de sair 12:

$$\underbrace{3\times 2}_{\text{com dois números iguais}}+\underbrace{6\times 3}_{\text{com todos os números diferentes}}+\underbrace{1}_{\text{com todos os números iguais}}=25$$

1.2 Fenómenos aleatórios

Atividade 1 (pág. 140)

1.1 Podemos encontrar o espaço de resultados recorrendo a uma tabela de dupla entrada.

+	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$\Omega=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12\}$$

1.2 $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$

$B=\{6\}$

$C=\phi$

$D=\Omega$

1.3 *A*: Acontecimento composto

B: Acontecimento elementar

C: Acontecimento impossível

D: Acontecimento certo

Atividade 2 (pág. 140)

2.1 Ω = {espadas, ouros, paus, copas}

2.2.1 *A*: «não sair espadas, ouros, paus ou copas»

2.2.2 *B*: «sair uma carta de espadas, paus, ouros ou copas»

2.2.3 *C*: «sair o ás de copas»

1.3 Argumentos de simetria. Regra de Laplace

Atividade 1 (pág. 146)

O número de casos possíveis é quatro e não três.

Seja *A*: «ser rapariga» e *B*: «ser rapaz», os casos possíveis são: *AA*, *AB*, *BA*, *BB*.

Atividade 2 (pág. 146)

2.1 Existem 13 cartas de copas num baralho, logo:

$$P = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

2.2 Existem três figuras de cada naipe, logo:

$$P = \frac{3 \times 4}{52} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

2.3 Existem quatro ases, logo:

$$P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

2.4 Existem 26 cartas com naipe vermelho, logo:

$$P = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

Atividade 3 (pág. 146)

3.1 $P = \frac{1}{49}$

3.2 $P = \frac{24}{49}$ Existem 24 números pares entre 1 e 49.

3.3 $P = 1$ Todos os números do Totoloto são menores que 50.

3.4 $P = \frac{10}{49}$

3.5 $P = \frac{14}{49} = \frac{2}{7}$ Existem 14 números com o algarismo 2: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 42.

Atividade 4 (pág. 149)

É verdadeira. Basta verificar o número de decomposições do 9 e do 10.

9 = 1 + 4 + 4	$\rightarrow$	3 possibilidades	10 = 1 + 3 + 6	$\rightarrow$	6 possibilidades
9 = 1 + 3 + 5	$\rightarrow$	6	10 = 1 + 4 + 5	$\rightarrow$	6
9 = 1 + 2 + 6	$\rightarrow$	6	10 = 2 + 2 + 6	$\rightarrow$	3
9 = 2 + 2 + 5	$\rightarrow$	3	10 = 2 + 3 + 5	$\rightarrow$	6
9 = 2 + 3 + 4	$\rightarrow$	6	10 = 2 + 4 + 4	$\rightarrow$	3
9 = 3 + 3 + 3	$\rightarrow$	1	10 = 2 + 3 + 4	$\rightarrow$	6

P(soma 9) = *P*(1, 4, 4) + *P*(1, 3, 5) + *P*(1, 2, 6) + *P*(2, 2, 5) + *P*(2, 3, 4) + *P*(3, 3, 3) =

$$=\frac{3}{6\times6\times6}+\frac{6}{6\times6\times6}+\frac{6}{6\times6\times6}+\frac{3}{6\times6\times6}+\frac{6}{6\times6\times6}+\frac{1}{6\times6\times6}=\frac{25}{216}$$

P(soma 10) = *P*(1, 3, 6) + *P*(1, 4, 5) + *P*(2, 2, 6) + *P*(2, 3, 5) + *P*(2, 4, 4) + *P*(2, 3, 4) =

$$=\frac{6}{216}+\frac{6}{216}+\frac{3}{216}+\frac{6}{216}+\frac{3}{216}+\frac{6}{216}=\frac{27}{216}$$

Logo, a soma 10 aparece com maior frequência do que a soma 9.

Atividade 5 (pág. 150)

5.1 $3\times2=6$

5.2 $P=\frac{3\times1}{6}=\frac{1}{2}$

5.3 $3\times2\times2=12$ trajetos

$P=\frac{3\times1\times1}{12}=\frac{1}{4}$

Atividade 6 (pág. 151)

6.1 Para a contagem do número de casos possíveis:

Se a tiragem é feita sem reposição, temos:

$10\times9\times8=720$ possibilidades

$P(A,A,A)=\frac{4\times3\times2}{10\times9\times8}=\frac{24}{720}=\frac{1}{30}$

6.2 *P*(duas vermelhas e uma azul) =

= *P*(*V*, *V*, *A*) + *P*(*V*, *A*, *V*) + *P*(*A*, *V*, *V*) =

$=\frac{6\times5\times4}{10\times9\times8}\times3=\frac{1}{2}$

Atividade 7 (pág. 151)

Se a extração é feita com reposição, temos:

$10 \times 10 \times 10 = 1000$ casos possíveis

$$P(V, A) = \frac{6 \times 4}{10 \times 10} = \frac{6}{25}$$

$$P(V, V) = \frac{6 \times 6}{10 \times 10} = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$$

Atividade 8 (pág. 151)

Não, porque se a moeda é equilibrada, não há razão para considerar que os acontecimentos não são equiprováveis.

Atividade 9 (pág. 153)

Dez praticam natação, oito praticam futebol, cinco praticam ginástica acrobática e sete não praticam qualquer desporto.

Consideremos os acontecimentos:

A: «praticar natação»

B: «praticar futebol»

C: «praticar ginástica acrobática»

Sabe-se que: $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$; $P(C) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ e $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = \frac{7}{30}$

9.1 $P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

9.2 $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

9.3 $P(C \cup B) = P(C) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{8}{30} = \frac{13}{30}$

9.4 $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

1.4 Probabilidade condicional. Acontecimentos independentes

Atividade 1 (pág. 159)

Consideremos os acontecimentos:

R: «ser rapariga»

A: «ter olhos azuis»

V: «ter olhos verdes»

Sabe-se que: $P(\overline{R} \cap A) = 15\%$

$P(\overline{R} \cap V) = 30\%$

$P(R \cap A) = 10\%$

$P(R \cap V) = 45\%$

Com estes dados, podemos construir uma tabela:

	R	***$\overline{R}$***	**Total**
A	10%	15%	25%
V	45%	30%	75%
Total	55%	45%	100%

1.1 $P(R)=55\%$

1.2 $P(V)=75\%$

1.3 $P(V\mid R)=\dfrac{P(V\cap R)}{P(R)}=\dfrac{0{,}45}{0{,}55}=\dfrac{9}{11}$

1.4 $P(\overline{R}\mid A)=\dfrac{P(\overline{R}\cap A)}{P(A)}=\dfrac{0{,}15}{0{,}25}=\dfrac{3}{5}$

Atividade 2 (pág. 159)

Consideremos os seguintes acontecimentos:

A: «ter o operador A»

B: «ter o operador B»

C: «ter o operador C»

S: «estar satisfeito com o serviço»

Sabe-se que: $P(S)$ = 75% , $P(A|S)$ = 12% , $P(C)$ = 20% , $P(S|C)$ = 80%, $P(B)$ = 60%

$$P(A\mid S)=0{,}12\Leftrightarrow\frac{P(A\cap S)}{P(S)}=0{,}12\Leftrightarrow P(A\cap S)=0{,}12\times 0{,}75\Leftrightarrow P(A\cap S)=0{,}09$$

$$P(S\mid C)=0{,}8\Leftrightarrow\frac{P(S\cap C)}{P(C)}=0{,}8\Leftrightarrow P(S\cap C)=0{,}8\times 0{,}2\Leftrightarrow P(S\cap C)=0{,}16$$

2.1 $P(B\cap S)=0{,}75-0{,}09-0{,}16=0{,}5=50\%$

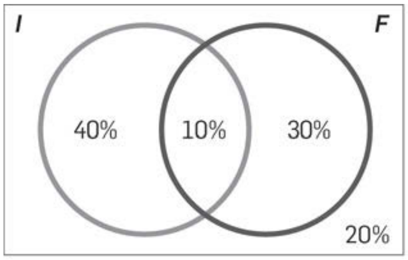
	A	***B***	***C***	**Total**
S	0,09	0,5	0,16	0,75
$\overline{S}$	0,11	0,1	0,04	0,25
Total	0,2	0,6	0,2	1

2.2 $P(\overline{S}\mid\overline{C})=\dfrac{P(\overline{S}\cap\overline{C})}{P(\overline{C})}=\dfrac{0{,}11+0{,}1}{0{,}2+0{,}6}=\dfrac{0{,}21}{0{,}8}=0{,}2625=26{,}25\%$

2.3 $P(S\mid B)=\dfrac{P(S\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0{,}5}{0{,}6}=\dfrac{5}{6}$

Atividade 3 (pág. 159)

Consideremos um diagrama de Venn com os dados do problema:



3.1 $P\left(I \cap \overline{F}\right) = 40\%$

$0,4 \times 1500 = 600$ jovens falam inglês e não falam francês

3.2.1 $P(F \mid I) = \dfrac{P(I \cap F)}{P(I)} = \dfrac{0,1}{0,5} = \dfrac{1}{5} = 20\%$

3.2.2 $P(I \mid F) = \dfrac{P(I \cap F)}{P(F)} = \dfrac{0,1}{0,4} = \dfrac{1}{4} = 25\%$

3.2.3 $P\left(F \cap \overline{I}\right) = 30\%$

Atividade 4 (pág. 161)

4.1.1 $P(G \cap F) = 40\%$

4.1.2 $P(G \mid F) = \dfrac{P(G \cap F)}{P(F)} = \dfrac{0,4}{0,5} = \dfrac{4}{5} = 80\%$

4.1.3 $P(M \mid G) = \dfrac{P(M \cap G)}{P(G)} = \dfrac{0,20}{0,6} = \dfrac{1}{3}$

4.2 Queremos verificar se $P(G \cap F) = P(G) \times P(F)$

$$\left.\begin{array}{l} P(G \cap F) = 40\% \\ P(G) = 60\% \\ P(F) = 50\% \end{array}\right\} 0,4 = 0,6 \times 0,5$$

Falso

Logo, não são independentes.

1.5 Probabilidade total. Regra de Bayes

Atividade 1 (pág. 165)

Consideremos os seguintes acontecimentos:

A_1: «o carro estar na primeira porta»

A_2: «o carro estar na segunda porta»

A_3: «o carro estar na terceira porta»

M: «Monty Hall abre a terceira porta»

Vamos assumir que $P(M|A_1) = 0,5$; $P(M|A_2) = 1$ e $P(M|A_3) = 0$

Pelo teorema de probabilidade total, tem-se que:

$$P(M)=P(M \mid A_1)\times P(A_1)+P(M \mid A_2)\times P(A_2)+P(M \mid A_3)\times P(A_3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{3}+0\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$$

Usando a regra de Bayes, temos:

$$P(A_1 \mid M)=\frac{P(M \mid A_1)\times P(A_1)}{P(M)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$$

$$P(A_2 \mid M)=\frac{P(M \mid A_2)\times P(A_2)}{P(M)}=\frac{1\times\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

$$P(A_3 \mid M)=\frac{P(M \mid A_3)\times P(A_3)}{P(M)}=\frac{0\times\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=0$$

Portanto, escolhendo trocar de porta, a probabilidade de ganhar é maior.

Atividade 2 (pág. 165)

U_1 ($2A + 3B + 4V$)

U_2 ($3A + 2B + 2V$)

U_3 ($4A + 1B + 1V$)

$$P(A,V)=P((A,V)\mid U_1)\times P(U_1)+P((A,V)\mid U_2)\times P(U_2)+P((A,V)\mid U_3)\times P(U_3)=$$

$$=\left(\frac{2}{9}\times\frac{4}{8}\right)\times\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\right)\times\frac{1}{3}+\left(\frac{4}{6}\times\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{122}{315}$$

$$P(U_3 \mid (A,\ V))=\frac{P(U_3\cap(A,V))}{P(A,V)}=\frac{\frac{4}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}}{\frac{122}{315}}=\frac{7}{61}$$

Atividade 3 (pág. 165)

Consideremos os acontecimentos:

A: «ser de classe A»

B: «ser de classe B»

C: «ser de classe C»

D: «ter acidente durante o primeiro ano»

Sabe-se que $P(A)=\frac{35\ 000}{100\ 000}=35\%$

$P(B)=50\%$ e $P(C)=15\%$

$P(D \mid A)=0{,}01$ $\qquad P(D \mid B)=0{,}04$ $\qquad P(D \mid C)=0{,}15$

Pretende-se calcular:

$$P(D) = P(D \mid A) \times P(A) + P(D \mid B) \times P(B) + P(D \mid C) \times P(C) =$$
$$= 0{,}01 \times 0{,}35 + 0{,}04 \times 0{,}5 + 0{,}15 \times 0{,}15 = 0{,}046$$

$$P(A \mid D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid A) \times P(A)}{P(D)} = \frac{0{,}01 \times 0{,}35}{0{,}046} = \frac{7}{92}$$

$$P(B \mid D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid B) \times P(B)}{P(D)} = \frac{0{,}04 \times 0{,}5}{0{,}046} = \frac{10}{23}$$

$$P(C \mid D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid C) \times P(C)}{P(D)} = \frac{0{,}15 \times 0{,}15}{0{,}046} = \frac{45}{92}$$

1.6 Modelos de probabilidade em espaços finitos. Função massa de probabilidade

Atividade 1 (pág. 167)

1.1 *P*(ter 17 anos) = $1 - P(X = 15) - P(X = 16) = 1 - \frac{10}{28} - \frac{16}{28} = \frac{1}{14}$

1.2 *P*(ter 15 ou 16) = $P(X = 15) + P(X = 16) = \frac{10}{28} + \frac{16}{28} = \frac{13}{14}$

Atividade 2 (pág. 171)

2.1 $P(X = 3) = 0{,}2$

2.2 $P(X > 3) = P(X = 4) = 0{,}4$

2.3 $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}9$

Atividade 3 (pág. 171)

$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{2}{5} & \frac{6}{25} & \frac{4}{25} & \frac{3}{25} & \frac{2}{25} \end{pmatrix}$ ou $x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0{,}4 & 0{,}24 & 0{,}16 & 0{,}12 & 0{,}08 \end{pmatrix}$

Atividade 4 (pág. 171)

Vamos construir uma tabela de dupla entrada para melhor verificar os casos possíveis.

		Caixa 2					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Caixa 1	**1**	0	2	3	4	5	6
	2	2	0	3	4	5	6
	3	3	3	0	4	5	6
	4	4	4	4	0	5	6
	5	5	5	5	5	0	6

x_i	0	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{5}{30}$

Ou seja:

x_i	0	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{6}$

1.7 Valor médio e variância populacional

Atividade 1 (pág. 175)

1.1

Diferença absoluta	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

1.2

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

Ou seja:

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$

1.3 $E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{5}{18}+2\times\frac{2}{9}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{9}+5\times\frac{1}{18}=\frac{35}{18}\approx 1{,}94$

Usando a calculadora, podemos verificar que $\sigma = 1{,}43$

1.4 $P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\frac{1}{6}+\frac{5}{18}+\frac{2}{9}=\frac{2}{3}$

Atividade 2 (pág. 175)

2.1 Sabe-se que $a = c$ e que $a = 2b \Leftrightarrow b = \dfrac{a}{2}$

O modelo de probabilidade pode, então, ficar definido do seguinte modo:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	$0{,}05$	a	$\dfrac{a}{2}$	$0{,}08$	$0{,}2$	$0{,}1$	a	$0{,}3$

Então,

$$0{,}05 + a + \frac{a}{2} + 0{,}08 + 0{,}2 + 0{,}1 + a + 0{,}3 = 1 \Leftrightarrow a + \frac{a}{2} + a = 1 - 0{,}05 - 0{,}08 - 0{,}2 - 0{,}1 - 0{,}3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5a}{2} = 0{,}27 \Leftrightarrow 5a = 0{,}54 \Leftrightarrow a = 0{,}108$$

Logo, b = 0,054 e c = 0,108

2.2 e 2.3 Usando a calculadora, podemos verificar que $\sigma = 2{,}25$ e $E(X) = 4{,}504$.

O desvio-padrão representa o desvio dos dados em relação ao valor médio.

1.8 Espaços de resultados infinitos. Modelos discretos e modelos contínuos

Atividade 1 (pág. 179)

$\mu = 5$

Logo, $\lambda = 5$ $\quad \dfrac{10}{15} \times 5 = \dfrac{10}{3}$

1.1 Então, $P(X=3) = e^{-\frac{10}{3}} \times \dfrac{\left(\frac{10}{3}\right)^3}{3!} = 0{,}22$

1.2 $P(X \le 1) = P(X=0) + P(X=1)$

$\lambda = \dfrac{5}{3}$

$$e^{-\frac{5}{3}} \times \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^3}{0!} + e^{-\frac{5}{3}} \times \frac{\left(\frac{5}{3}\right)}{1!} = 0{,}5$$

1.3 No máximo três clientes.

Atividade 2 (pág. 181)

2.1.1 $P(X=5) = (1-0{,}025)^4 \times 0{,}025 = 0{,}023$

2.1.2 $P(X>2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - \big(P(X=1) + P(X=2)\big) =$

$$= 1 - \Big((1-0{,}025)^0 \times 0{,}025 + (1-0{,}025)^1 \times 0{,}025\Big) = 0{,}95$$

2.2 $E(X) = \dfrac{1}{0{,}025} = 40$ semanas

Atividade 3 (pág. 182)

3.1 $P(X=2)=\dfrac{4!}{2!2!}\times 0,6^2\times 0,4^2=0,3456=34,56\%$

3.2 $P(X\le 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=$

$=\dfrac{4!}{4!}0,6^0\times 0,4^4+\dfrac{4!}{3!}0,6^1\times 0,4^3+\dfrac{4!}{2!2!}0,6^2\times 0,4^2+\dfrac{4!}{3!1!}0,6^3\times 0,4^1=$
$=0,0256+0,1536+0,3456+0,3456=0,8704$

3.3 $P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)=0,6^0\times 0,4^4+4\times 0,6\times 0,4^3=0,1792$

Atividade 4 (pág. 186)

Sabemos que a variável só forma valores no intervalo [0,93; 1,11].

4.1 Significa que no intervalo [0,93; 1,11], se este for subdividido em intervalos com a mesma amplitude, a probabilidade que lhes está associada é a mesma.

4.2.1 $P(X>1)=1-P(X\le 1)=1-P(0,93\le X\le 1)=1-\dfrac{1-0,93}{1,11-0,93}=0,59$

4.2.2 $P(0,98<X<1,03)=\dfrac{1,03-0,98}{1,11-0,93}=0,28$

Atividade 5 (pág. 186)

Trabalho de pesquisa

Atividade 6 (pág. 188)

$E(X)=2$

Então, $\lambda=0,5$

6.1 $P(X<4)=P(0\le X<4)=e^0-e^{-2}=0,86$

6.2 $P(X>10)=1-P(X\le 10)=1-P(0\le X\le 10)=1-\left(e^0-e^{-5}\right)=0,007$

6.3 $P(2<X<5)=e^{-1}-e^{-2.5}=0,286$

1.9 Modelo normal

Atividade 1 (pág. 195)

$\mu=63$ $\quad\sigma=10$

1.1 $X\sim N(63,\ 10)\Rightarrow U=\dfrac{X-63}{10}\sim N(0,\ 1)$

$U=\dfrac{X-63}{10}\Leftrightarrow 10U=X-63\Leftrightarrow X=10U+63$

$X<60\Leftrightarrow 10U+63<60\Leftrightarrow 10U<-3\Leftrightarrow U<-0,3$

$P(X<60)=P(U<-0,3)=P(U>0,3)=0,5-P(0<U<0,3)=0,5-P(0<U<0,3)=$
$=0,5-\left(\phi(0,3)-\phi(0)\right)=0,5-(0,6179-0,5)=0,3821$

1.2 $P(55 < X < 72) = P(55 < 10U + 63 < 72) = P(-8 < 10U < 9) = P(-0,8 < U < -0,9) =$

$= \phi(0,9) - \phi(-0,8) = \phi(0,9) - (1 - \phi(0,8)) = \phi(0,9) - 1 + \phi(0,8) = 0,604$

$0,604 \times 900 \approx 544$ pessoas

1.3 $P(X > 80) = P(10U + 63 > 80) = P(10U > 17) = P(U > 1,7) =$

$= 1 - 0,9554 = 0,0446$

$0,0446 \times 900 = 40$ pessoas

Atividade 2 (pág. 195)

Trabalho de pesquisa

Exercícios de aplicação (pág. 202)

1. Exemplos de fenómenos aleatórios: saber o número da lotaria do Natal, saber o vencedor do campeonato do mundo de futebol, saber o sexo do próximo membro da família.
Exemplos de fenómenos determinísticos: contar o número de dias do mês de janeiro, contar o número de dias da semana, colocar a mão no lume.

2. A, B e G

3.1 $\Omega = \{B_1, B_2, B_3, A_1, A_2, V_1\}$

3.2 «Sair uma bola branca, azul ou vermelha»

3.3 «Sair uma bola amarela»

3.4 «Sair uma bola vermelha»

4.1 $\Omega = \{(N, E), (N, N), (E, E), (E, N)\}$

4.2 «Sair a face nacional em ambas as moedas»

4.3 $A = \{(N, E), (E, N)\}$

$B = \{(E, E), (E, N), (N, E)\}$

$C = \{(N, E), (E, N), (N, N)\}$

5.1 $A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \rightarrow$ *A* ocorre e *B* e *C* não ocorrem.

5.2 $(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \rightarrow$ Ocorre *A* ou *B* ou *C*.

5.3 $A \cap B \cap C \rightarrow$ Definição de interseção de acontecimentos.

5.4 $A \cup B \cup C \rightarrow$ Definição de reunião de acontecimentos.

5.5 $(A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \rightarrow$ Os dois acontecimentos que ocorrem podem ser *A* e *B*, *A* e *C* ou *B* e *C*.

Editável e fotocopiável © Texto | MACS 11.º ano