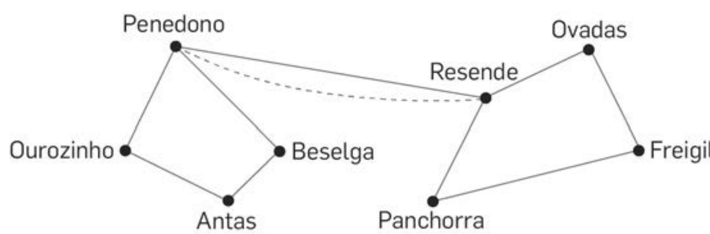
7.3 $\hat{p} = \dfrac{125}{250} = 0{,}5$ e $n = 250$

O intervalo de confiança de 95% para a proporção de mensagens com extensão de 30 caracteres recebidas no telemóvel pelos alunos da escola é:

$$\left]0{,}5 - 1{,}96 \times \sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{250}};\ 0{,}5 + 1{,}96 \times \sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{250}}\right[=]0{,}44; 0{,}56[$$

8.1 A afirmação é verdadeira, uma vez que no grafo que representa a situação existem vértices com grau ímpar. Assim, este grafo não admite circuitos de Euler. No entanto, se admitirmos a duplicação da aresta que liga Penedono a Resende, obtemos um novo grafo onde todos os vértices têm grau par, pelo que será possível encontrar circuitos de Euler.



8.2 $n = 500$, $\overline{x} = 830$ e $s = 220$

O intervalo de confiança para o valor médio de uma fatura da empresa Silva-Filhos é:

$$\left]830 - 2{,}576 \times \frac{220}{\sqrt{500}};\ 830 + 2{,}576 \times \frac{220}{\sqrt{500}}\right[=]804{,}66;\ 855{,}34[$$

Há razões para duvidar da afirmação do gerente, visto que 800 € para o valor médio de uma fatura da empresa não pertence ao intervalo de confiança de 99%.

9. Sabemos que: $n = 5000$ e $\hat{p} = 0{,}41$

O intervalo de confiança de 99% para a proporção de dadores com o grupo sanguíneo O é dado por:

$$\left]0{,}41 - 2{,}576 \times \sqrt{\frac{0{,}41 \times 0{,}59}{5000}};\ 0{,}41 + 2{,}576 \times \sqrt{\frac{0{,}41 \times 0{,}59}{5000}}\right[=]0{,}3921;\ 0{,}4279[$$

O intervalo requerido é $]39{,}21\%;\ 42{,}79\%[$.

Tema 5 – Teste final (pág. 278)

1.1 População: todos os eleitores votantes em Portugal

Amostra: os 1354 eleitores selecionados em Portugal para a entrevista

1.2 A amostra maior pode não ser a mais representativa da população. Teríamos de conhecer o(s) método(s) utilizado(s) na sua recolha, que influencia(m) a qualidade e representabilidade da população. Poderíamos apenas dizer que, como a amostra de 1354 eleitores foi recolhida em

Portugal e a de 1500 eleitores em Portugal continental, a amostra mais pequena poderá ser mais representativa da população.

2.1 e 2.2

Amostras	$\bar{X}$	Amostras	$\bar{X}$	Amostras	$\bar{X}$	Amostras	$\bar{x}$
(2, 2)	2	(6, 2)	4	(8, 2)	5	(10, 2)	6
(2, 6)	4	(6, 6)	6	(8, 6)	7	(10, 6)	8
(2, 8)	5	(6, 8)	7	(8, 8)	8	(10, 8)	9
(2, 10)	6	(6, 10)	8	(8, 10)	9	(10, 10)	10

$\bar{X}$	2	4	5	6	7	8	9	10
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

$$E\left(\bar{X}\right)=(2+10)\times\frac{1}{16}+(4+5+7+9)\times\frac{1}{8}+(6+8)\times\frac{3}{16}=\frac{13}{2}$$

A média da distribuição de amostragem é $\frac{13}{2}$.

2.3 $\mu=\frac{2+6+8+10}{4}=\frac{26}{4}=\frac{13}{2}$

Como $\mu=E\left(\bar{X}\right)$, o estimador é cêntrico, logo, a afirmação é verdadeira.

2.4 Erro-padrão $\to \sigma_{\bar{X}}$ (desvio-padrão da distribuição de amostragem)

$\sigma_{\bar{X}}\approx 2{,}092$ (valor obtido pela calculadora no modo estatístico)

3. Como a dimensão da amostra é $54>30$, o teorema do limite central diz-nos que, nestas condições, a distribuição de amostragem pode ser modelada por um modelo normal de valor médio de 5,350 metros e desvio-padrão igual a $\frac{0{,}97}{\sqrt{54}}\approx 0{,}132$ metros.

4.1 $U\approx N(0{,}1)$ $\quad U=\frac{\bar{X}-16}{5}\Leftrightarrow \bar{X}=5U+16$

$$P\left(\bar{X}>13\right)=P(5U+16>13)=P(U>-0{,}6)=P(U<0{,}6)=\Phi(0{,}6)=\underset{(1)}{0{,}7257}=72{,}57\%$$

4.2 $P\left(9<\bar{X}<18\right)=P\left(9<5U+16<18\right)=P\left(-1{,}4<U<0{,}4\right)=\Phi\left(0{,}4\right)-\Phi\left(-1{,}4\right)=$

$$=\Phi\left(0{,}4\right)-1+\Phi\left(1{,}4\right)=\underset{(1)}{0{,}6554}-1+\underset{(1)}{0{,}9192}=0{,}5746=57{,}46\%$$

4.3 $P\left(\left|\bar{X}-\mu\right|<0{,}2\right)-P\left(\left|5U+16-16\right|<0{,}2\right)=P\left(\left|5U\right|<0{,}2\right)=P\left(\left|U\right|<0{,}04\right)=$

$$=2\Phi\left(0{,}04\right)-1=2\times\underset{(1)}{0{,}5160}-1=0{,}032=3{,}20\%$$

(1) Valores da tabela de distribuição normal *standard*

5.1 $\overline{x}=75{,}2$, $n=35$ e $\sigma=3$

O intervalo de confiança de 95% para μ é dado por:

$$\left]\overline{x}-1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x}+1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

Neste caso:

$$\left]75{,}2-1{,}96\times\frac{3}{\sqrt{35}};\ 75{,}2+1{,}96\times\frac{3}{\sqrt{35}}\right[=\left]74{,}21;\ 76{,}19\right[$$

5.2 Amplitude: $76{,}19-74{,}21=1{,}98$

5.3 $n=\left(\frac{1{,}96\times 3}{\underset{\uparrow}{0{,}1}}\right)^2\approx 3457$

Para a amplitude não exceder 0,2, então o erro é: $\varepsilon=0{,}1$.

5.4 O intervalo de 99% de confiança para μ é dado por:

$$\left]\overline{x}-2{,}576\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x}+2{,}576\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

Neste caso:

$$\left]75{,}2-2{,}576\times\frac{3}{\sqrt{35}};\ 75{,}2+2{,}576\times\frac{3}{\sqrt{35}}\right[=\left]73{,}894;\ 76{,}506\right[$$

5.5 Quando aumentamos a confiança, também aumenta a amplitude do intervalo.

5.6 $\varepsilon=\frac{0{,}2}{2}$

$$n=\left(\frac{2{,}576\times 3}{0{,}1}\right)^2\approx 5972$$

5.7 A dimensão da amostra aumenta.

6.1 $\hat{p}=\frac{40}{200}=20\%$

O intervalo de confiança de 90% para a proporção é:

$$\left]0{,}2-1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}2\times 0{,}8}{200}};\ 0{,}2+1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}2\times 0{,}8}{200}}\right[=\left]0{,}1535;\ 0{,}2465\right[$$

6.2 Amplitude: $0{,}2465-0{,}1535=0{,}093$

Queremos reduzir a amplitude para metade, logo, a amplitude será: $\frac{0{,}093}{2}=0{,}0465$.

Então, $\varepsilon=\frac{0{,}0465}{2}=0{,}02325$

Logo, $n=\left(\frac{1{,}645}{0{,}02325}\right)^2\times 0{,}2\times 0{,}8\approx 801$

6.3 Seria de esperar que 95 desses intervalos tivessem o verdadeiro valor da proporção de estudantes que entraram na primeira opção.

7.1 $n = 380$

$$\hat{p} = \frac{171}{380} = 0,45$$

Um intervalo de confiança de 90% para a proporção é:

$$\left]0,45 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,45 \times 0,55}{380}};\ 0,45 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,45 \times 0,55}{380}}\right[= \left]0,40;\ 0,50\right[$$

7.2 A amplitude do intervalo é 0,1.
Para a amplitude diminuir para metade, tem de se aumentar a dimensão da amostra.

$\varepsilon = 0,025$

$$n = \left(\frac{1,96}{0,025}\right)^2 \times 0,45 \times 0,55 \approx 1521$$

A dimensão da amostra teria de aumentar para 1521.

8.1 $\overline{x} = \dfrac{1348 + 1757 + 1341 + \ldots + 1443 + 1852}{12} = 1998,08$ $\qquad s = 561,44$

8.2 Intervalo de confiança de 90% para μ:

$$\left]1998,08 - 1,645 \times \frac{561,44}{\sqrt{12}};\ 1998,08 + 1,645 \times \frac{561,44}{\sqrt{12}}\right[= \left]1731,47;\ 2264,69\right[$$

9. Sabe-se que a amplitude do intervalo de confiança de 95% é, no máximo, 2 e $\sigma = 3$. A margem de erro (ε) é inferior ou igual a 1.
Então:

$$z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le 1 \Leftrightarrow 1,960 \times \frac{3}{\sqrt{n}} \le 1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{n}} \le \frac{1}{1,960} \Leftrightarrow \sqrt{n} \ge \frac{3}{1,960} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} \ge 5,88 \Leftrightarrow n \ge 34,5744$$

A dimensão mínima da amostra é 35.