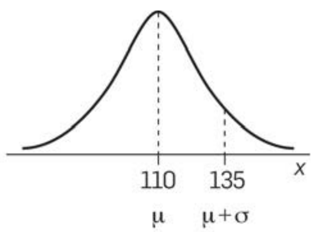
19. $E(X)=20$ e $\lambda=\frac{1}{20}=0{,}05$

19.1 $P(X<25)=P(0<X<25)=e^{-0{,}05\times 0}-e^{-0{,}05\times 25}=0{,}71$

19.2 $P(X>60)=1-P(X\leq 60)=1-\left(e^{0}-e^{-0{,}05\times 60}\right)=0{,}05$

20. $\mu=110$ e $\sigma=25$

20.1.1 $P(X>135)=50\%-\frac{68{,}27\%}{2}=15{,}865\%$



20.1.2 $P(X<75)$

X ~ N (110, 25)

$U=\frac{X-110}{25}\Leftrightarrow 25U+110=X$

$25U+110<75\Leftrightarrow 25U<-35\Leftrightarrow U<-1{,}4$

$P(X<75)=P(U<-1{,}4)=P(U>1{,}4)=0{,}5-P(0<U<1{,}4)=0{,}5-\left(\phi(1{,}4)-\phi(0)\right)=$

$=0{,}5-(0{,}9192-0{,}5)=1-0{,}9192=0{,}0808$

20.2 $P(90<X<145)$

$$\begin{cases}25U+110>90\\25U+110<145\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25U-20\\25U<35\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}U>-0{,}8\\U<1{,}4\end{cases}$$

$P(-0{,}8<U<1{,}4)=\phi(1{,}4)-\phi(-0{,}8)=\phi(1{,}4)-1+\phi(-0{,}8)=0{,}7073$

Tema 4 – Teste final (pág. 218)

1.1.1 Para definirmos o espaço de resultados, podemos elaborar uma tabela de dupla entrada.

	2	**5**	**10**	**50**
2	(2, 2)	(2, 5)	(2, 10)	(2, 50)
5	(5, 2)	(5, 5)	(5, 10)	(5, 50)
10	(10, 2)	(10, 5)	(10, 10)	(10, 50)
50	(50, 2)	(50, 5)	(50, 10)	(50, 50)

Ω = {(2, 2), (2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 2), (5, 5),(5, 10), (5, 50), (10, 2)(10, 5), (10, 10), (10, 50), (50, 2), (50, 5), (50, 10), (50, 50)}

1.1.2 $A = \{(2, 2), (5, 5), (10, 10), (50, 50)\}$
1.1.3 $B = \{(2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 10), (5, 50), (10, 50)\}$
1.1.4 $C = \{(5, 10)\}$
1.1.5 $D = \{(2, 2), (2, 5), (2, 10), (5, 2), (5, 5), (5, 10), (10, 2), (10, 5)\}$
1.2.1 $A \cup B = \{(2, 2), (2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 5), (5, 10), (5, 50), (10, 10), (10, 50), (50, 50)\}$
1.2.2 $A \cap \bar{C} = \{(2, 2), (5, 5), (10, 10), (50, 50)\}$
1.2.3 $B - C = \{(2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 50), (10, 50)\}$
1.2.4 $A \cup (\bar{B} \cap C) = A \cup \emptyset = A$
1.3.1 «O valor da primeira moeda é metade do valor da segunda moeda»
1.3.2 «A soma dos valores das moedas é superior a 100»
1.3.3 «O produto dos valores das moedas é inferior a 20»
1.3.4 «A soma dos valores das moedas é superior a 2 e inferior a 101»
1.3.5 «A soma dos valores das moedas é inferior a 10» e «o produto dos valores das moedas é superior a 100»
1.3.6 «A soma dos valores das moedas é um número par» e «a soma dos valores das moedas é um número ímpar»

2. $P(A) = \frac{8}{20} \times \frac{8}{20} = \frac{4}{25} = 0{,}16$

$P(B) = \frac{12}{20} \times \frac{12}{20} = \frac{9}{25} = 0{,}36$

$P(C) = \frac{8}{20} \times \frac{12}{20} \times 2 = \frac{4}{5} = 0{,}8$

O Crisóstomo tem maior probabilidade de ganhar.

3. Consideremos os acontecimentos:
M: «ter micro-ondas» R: «ter *robô* de cozinha»
Sabe-se que: $P(M) = 20\%$, $P(R) = 30\%$ e $P(M \cap R) = 10\%$

3.1 $P(M \cup R) = P(M) + P(R) - P(M \cap R)$

$= 0{,}2 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}4 = 40\%$

3.2 $P(\bar{M} \cap \bar{R}) = P(\overline{M \cup R}) = 1 - P(M \cup R) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6 = 60\%$
3.3 $P(M \cap \bar{R}) = P(\bar{M} \cap R) = P(M) - P(M \cap R) + P(R) - P(M \cap R)$

$= 0{,}2 - 0{,}1 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}3 = 30\%$

4. Para que o problema seja resolvido, a Miquelina não pode falhar e o Faustino também não.
Consideremos os acontecimentos:
M: «Miquelina acertar» e F: «Faustino acertar»

Sabe-se que:

$P(M) = \frac{1}{3}$ logo $P(\overline{M}) = \frac{2}{3}$

$P(F) = \frac{1}{4}$ logo $P(\overline{F}) = \frac{3}{4}$

P (resolvido) $= 1 - P(\overline{M} \cap \overline{F}) = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 1 - \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

5. Consideremos os acontecimentos:

A: «o dado ter as faces numeradas de 1 a 6»

B: «os números serem pares nas duas jogadas»

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

Sabe-se que $P(A) = \frac{1}{2}$, pois existem dois dados com as faces numeradas de 1 a 6 em quatro possíveis.

$P(B|A)$ é a probabilidade de saírem dois números pares, considerando que foi escolhido um dado com as faces numeradas de 1 a 6.

$P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P(B)$ é a probabilidade de saírem dois números pares independentemente do dado escolhido. Sendo D: «escolher o dado com 25% dos números pares» e E: «escolher o dado que só tem números ímpares»

$P(B) = P(A) \times P(B|A) + P(\overline{D}) \times P(B|\overline{D}) + P(F) \times P(B|F) =$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times 1 = \frac{33}{64}$

$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}}{\frac{33}{64}} = \frac{8}{33}$

6.1 Nos dois jogos, podemos ter os seguintes casos:

1.º jogo	2.º jogo	Pontuação
V	V	$3 + 3 = 6$
V	E	$3 + 2 = 5$
V	D	$3 + 0 = 3$
E	V	$2 + 3 = 5$
E	E	$2 + 2 = 4$
E	D	$2 + 0 = 2$
D	V	$0 + 3 = 3$
D	E	$0 + 2 = 2$
D	D	$0 + 0 = 0$

Portanto, a variável X pode tomar os valores 0, 2, 3, 4, 5 e 6.

x_i	0	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

$P(X = 0) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

$P(X = 2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{9}$

(E, D), (D, E)

$P(X = 3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{9}$

(V, D), (D, V)

$P(X = 4) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

(E, E)

$P(X = 5) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{9}$

(V, E), (E, V)

$P(X = 6) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

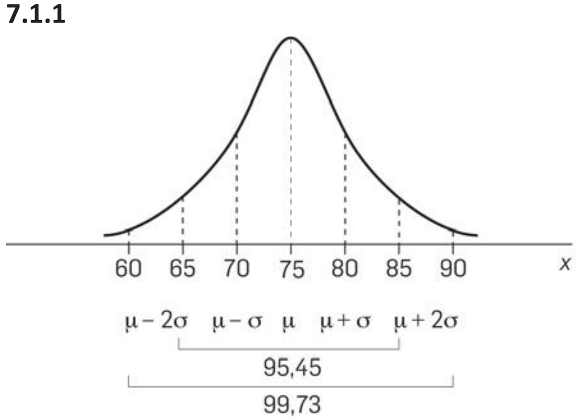
(V, V)

6.2 $E(X) = 3{,}33$

$\sigma = 1{,}76$

7. $\mu = 75$ e $\sigma = 5$

7.1.1



$P(X > 75) = 50\%$

7.1.2 $P(X < 60) = P(X < \mu - 3\,\sigma) = \frac{100\% - 99,73\%}{2} = 0{,}135\%$

7.1.3 $P(65 < X < 90) = P(\mu - 2\,\sigma < X < \mu + 3\,\sigma) =$

$= 95{,}45\% + \dfrac{99{,}73 - 95{,}45}{2} = 97{,}59\%$

7.2 $15{,}865\% \times 30 \simeq 5$ alunos

8. Comecemos por elaborar uma tabela onde figurem todas as somas possíveis.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Um jogo possível, de acordo com o enunciado, é o seguinte:
Participam dois jogadores, que apostam uma quantia fixa por cada jogada.
Lançam-se dois dados. Se a soma dos números saídos for:

- 2 ou 12, o montante reverte a favor da Felismina.
- 7, o montante transita para a jogada seguinte.
- 3, 4, 5 ou 6, ganha o Atílio.
- 8, 9, 10 ou 11, ganha o Inácio.

A probabilidade de a Felismina ganhar é $\frac{2}{36}$, ou seja, 6%.

A probabilidade de o montante transitar para a jogada seguinte é de $\frac{6}{36}$, ou seja, cerca de 17%.

A probabilidade de o Atílio ganhar é igual à do Inácio ganhar, sendo essa probabilidade de $\frac{14}{36}$, ou seja, 39%.